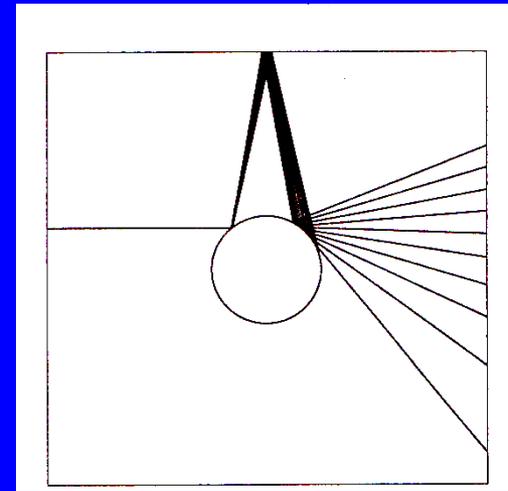


Г.Ю Ризниченко



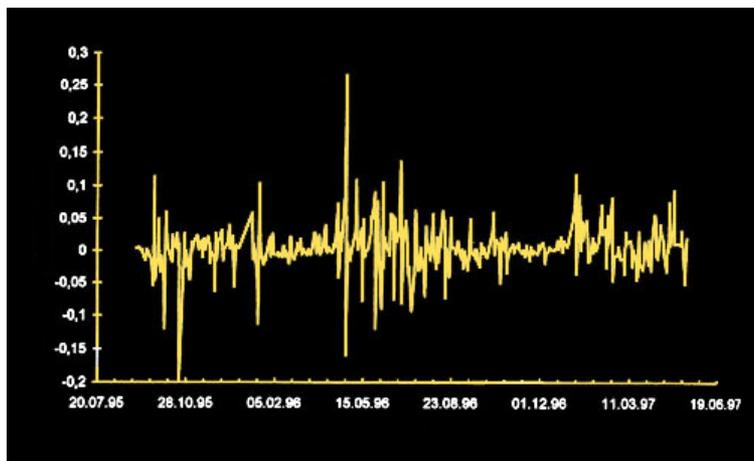
Динамический хаос



Фото Роберта Гендлера. Созвездие стрельца

- Бесформенная совокупность материи и пространства (Противоположно Космосу – упорядоченности). Все рождается из Хаоса (древнегреческое).
- Беспорядок, неразбериха, смешение. Значение появилось в ранне-христианские времена

Потребность в определенности – естественная биологическая потребность человека, но она же – порок мышления



Динамика биржевых индексов

Мы живем не в Среднестане, а в Крайнестане



Динамический хаос.

Основные понятия

- *Основные понятия теории динамических систем.*
- *Предельные множества. Аттракторы.*
- *Странные аттракторы. Динамический хаос.*
- *Размерность странных аттракторов.*
Фракталы

χαος

CHAOS

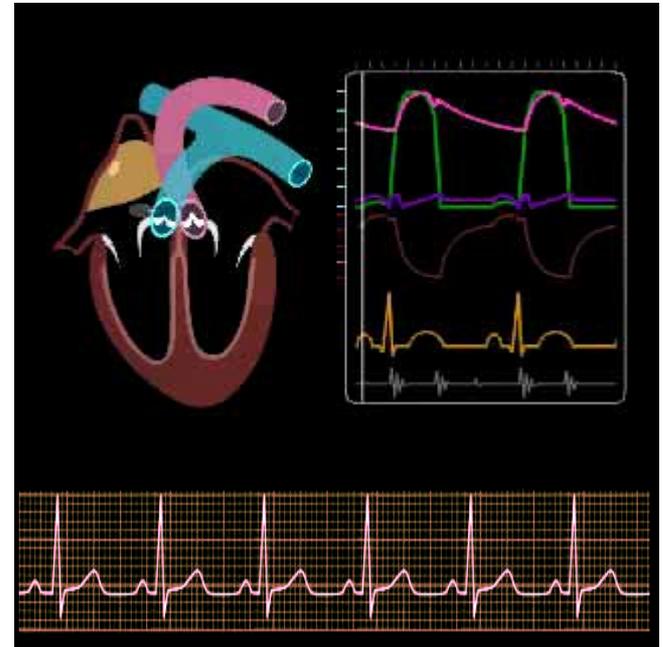
Weather

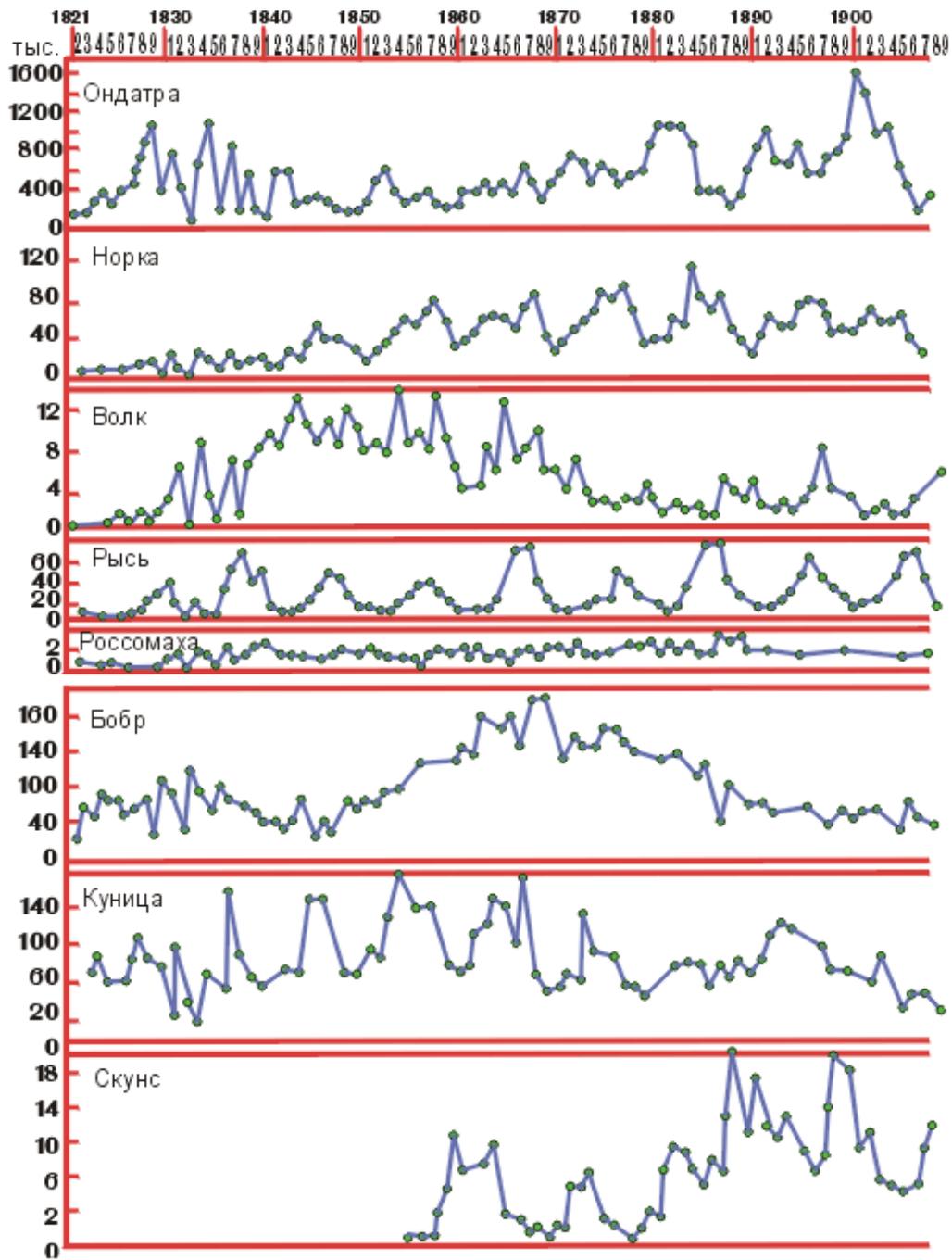


Chemical
Kinetics



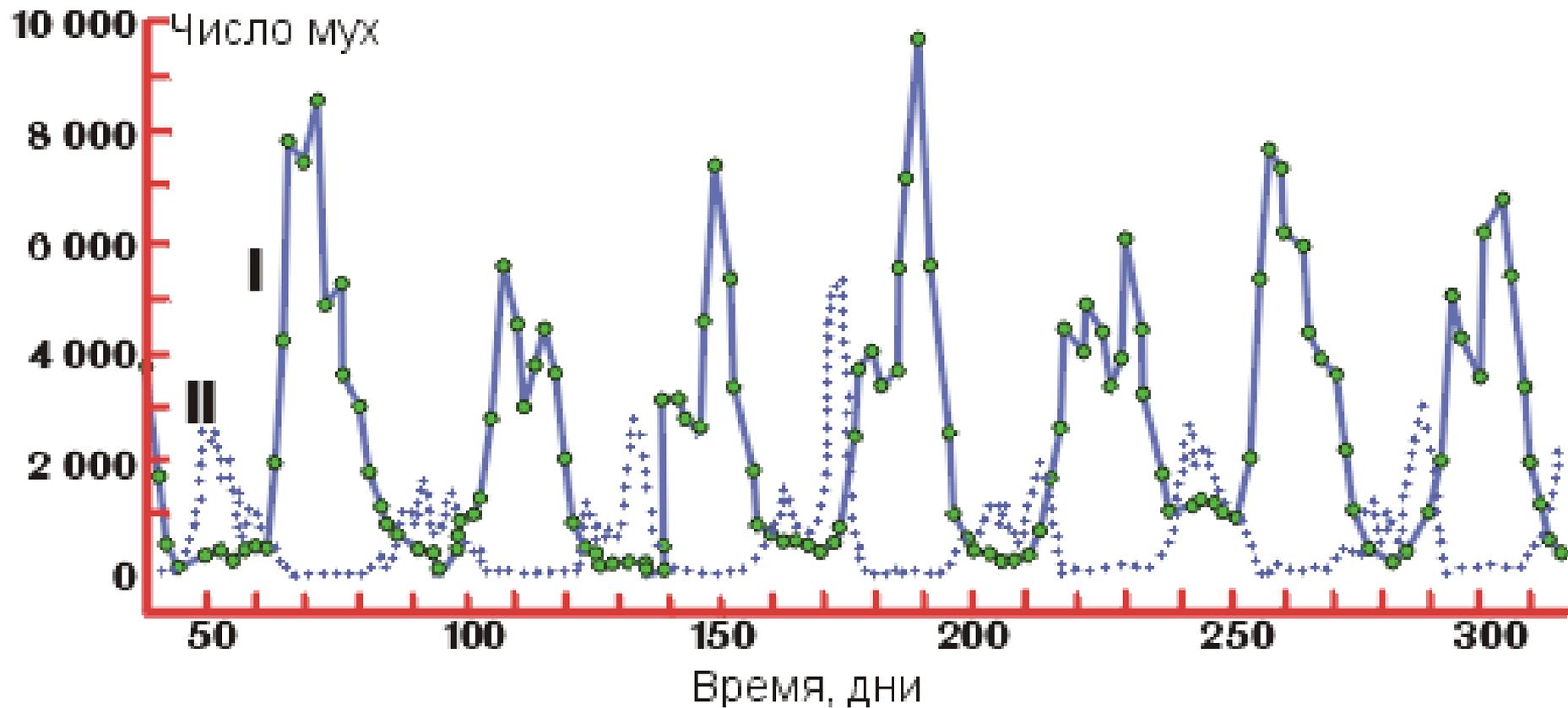
Heart rhythm





Данные по заготовкам пушнины компанией Гудзонова Залива

Динамика численности плодовой мушки

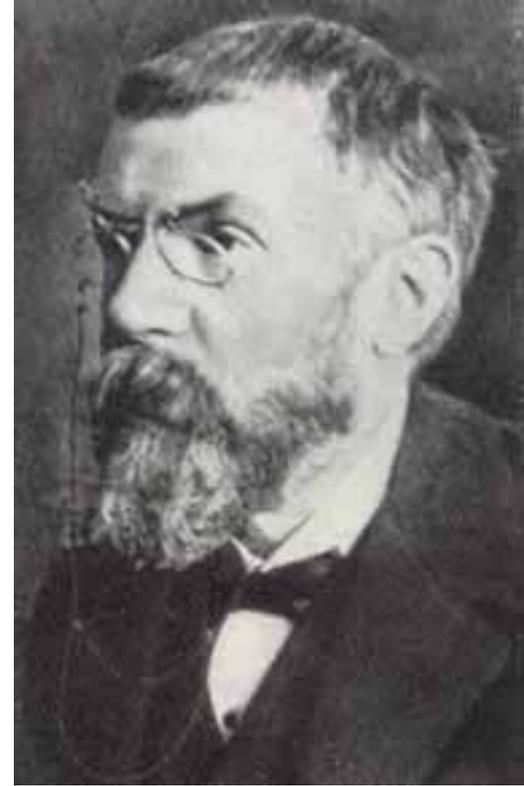


Анри Пуанкаре –

великий французский математик
в книге «Наука и метод» в 1908 г. писал:

«В неустойчивых системах
совершенно ничтожная причина,
ускользающая от нас по своей
малости, вызывает значительные
действия, которые мы не в
состоянии предугадать...

Предсказание становится невозможным,
мы имеет перед собой явление
случайное».



Лоренц

Lorenz EN (1963)
Deterministic non-periodic
flow. J.Atmos. Sci: 20, 131-141

Конвекция в подогреваемом снизу слое жидкости,
модель водяного колеса, одномодовый лазер, диссипативный
осциллятор с инерционным возбуждением

$$\dot{x} = \sigma y - \sigma x,$$

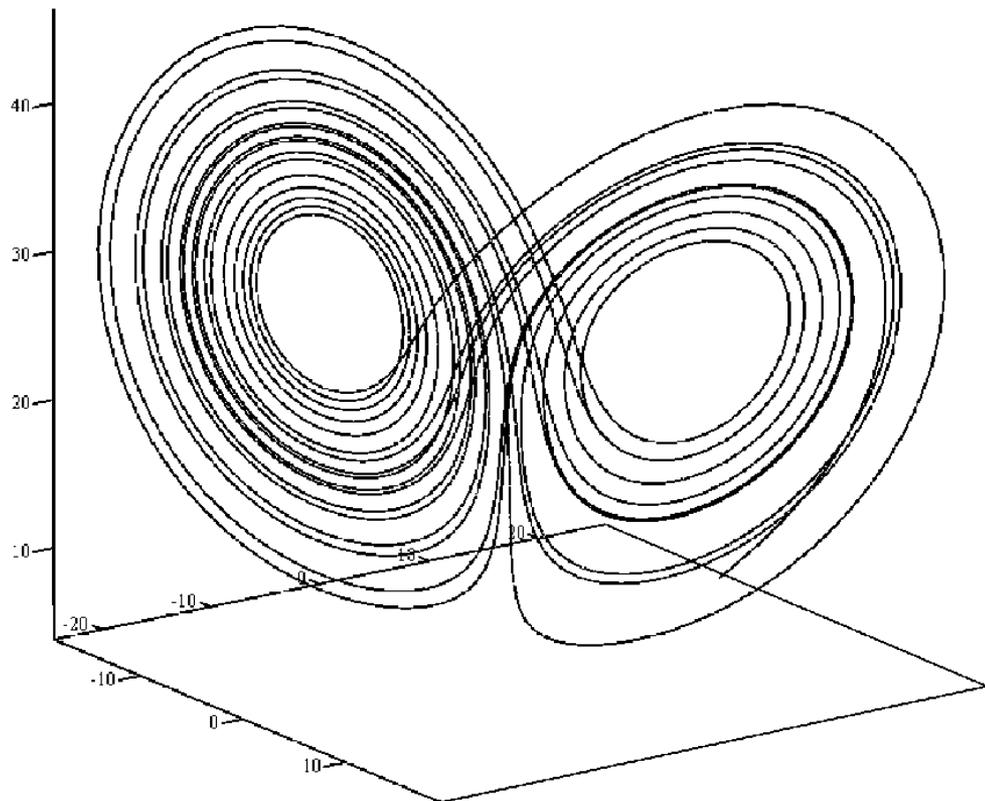
$$\dot{y} = rx - y - xz,$$

$$\dot{z} = xy - bz.$$

$$r=28, s=10,$$

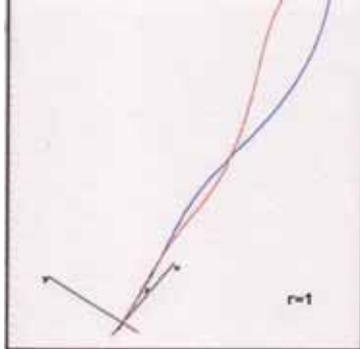
$$b=8/3$$

Хаотические траектории в
системе Лоренца

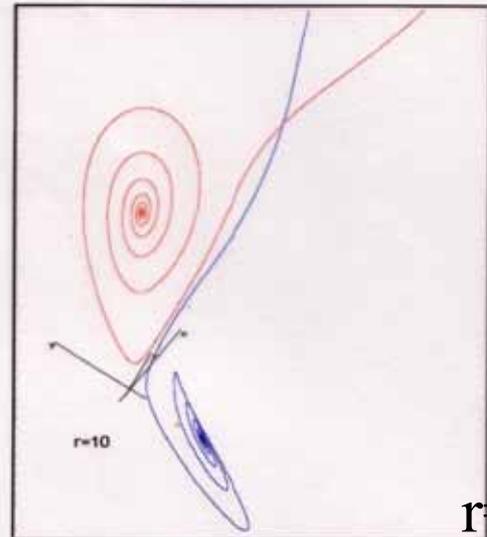
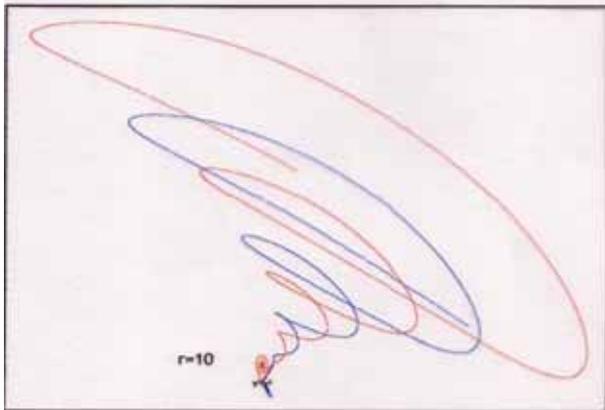


Траектории
системы
Лоренца
при разных
значениях
параметра
 r

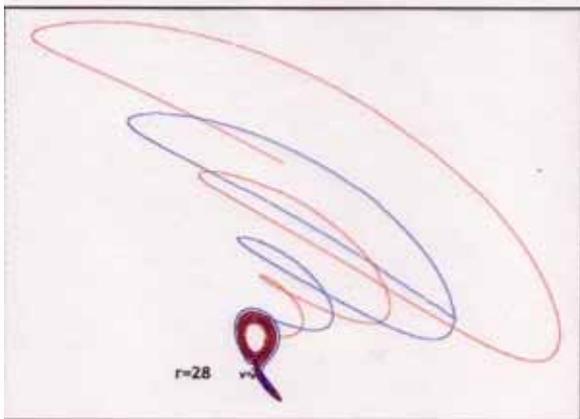
Игорь Федик
каф. биофизики



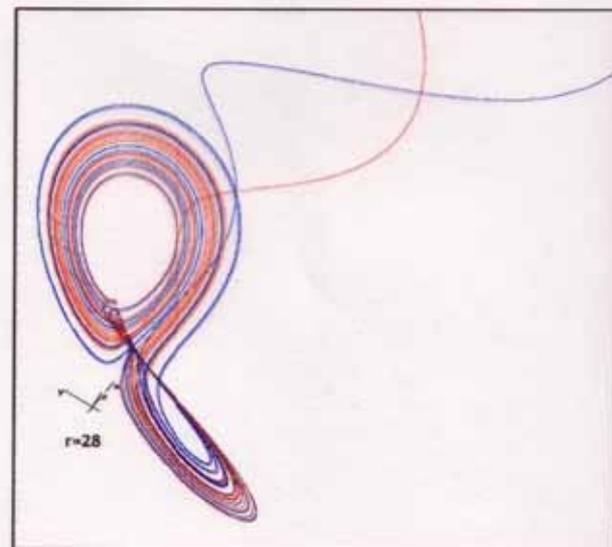
$r=1$



$r=10$

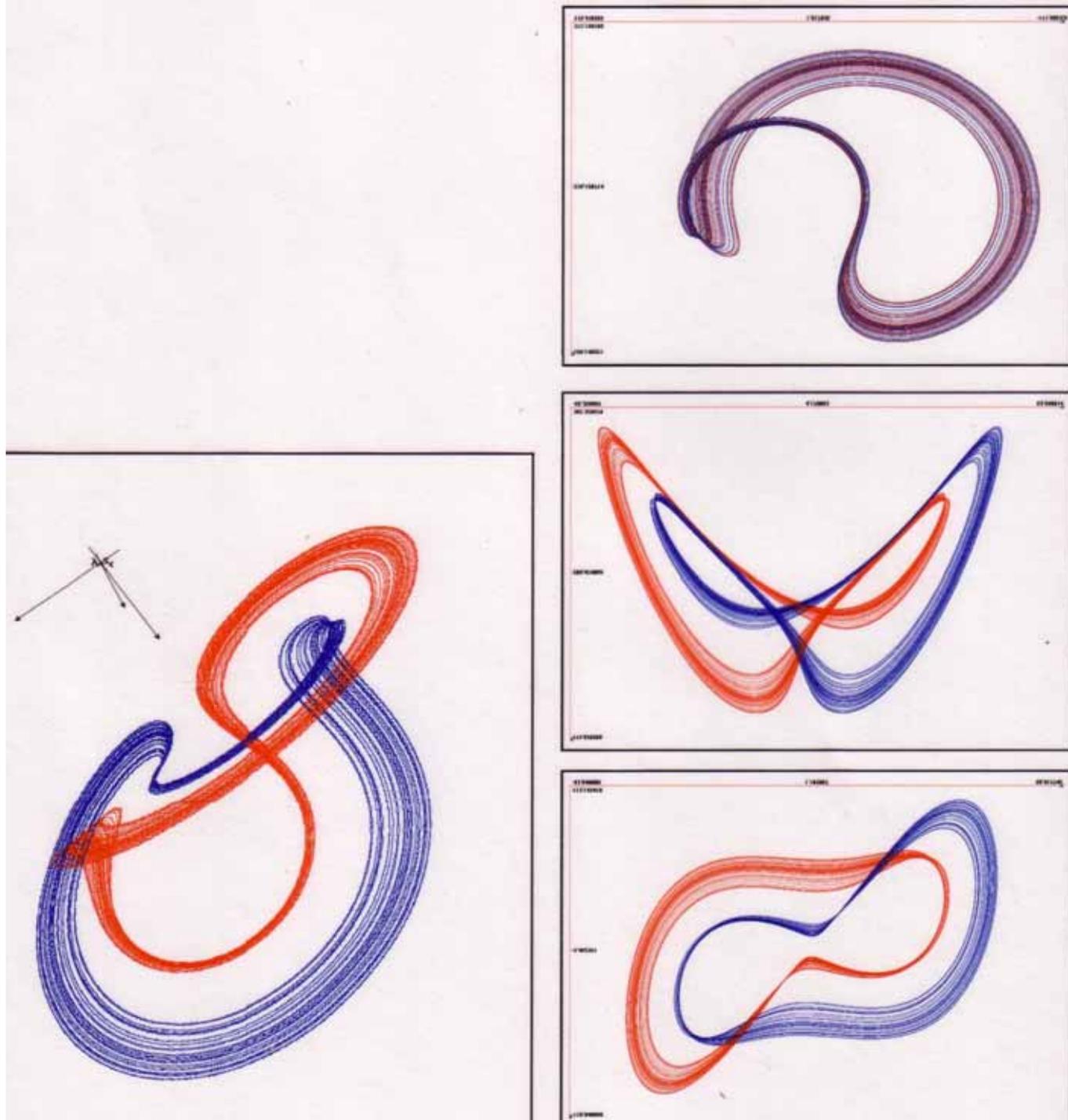


$r=28$





Edward Norton
Lorenz
1917-2008
Американский
математик и
метеоролог
Один из основателей
теории хаоса

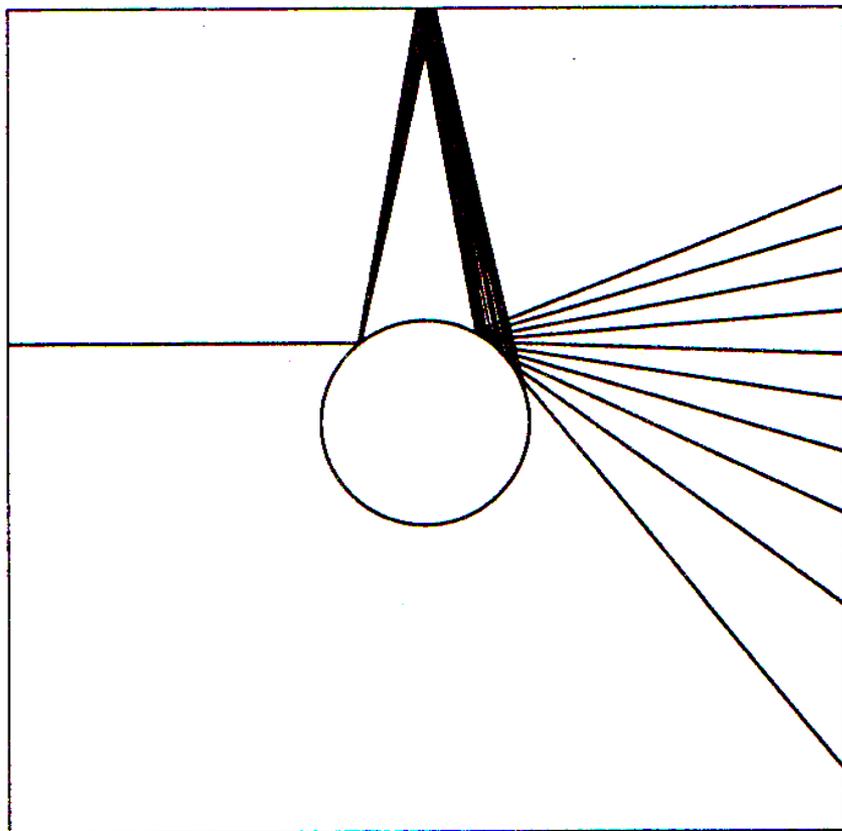


Хаотическое поведение возникает

- ● не из-за внешних источников шума (их нет в системе Лоренца);
- ● не из-за бесконечного количества степеней свободы (их три в системе Лоренца);
- ● не из-за неопределенности, связанной с квантовой механикой (рассматриваемые системы чисто классические).

Настоящая причина нерегулярности определяется свойством нелинейных систем экспоненциально быстро разводить первоначально близкие траектории в ограниченной области фазового пространства

Разбегание траекторий



Хаотическое поведение означает

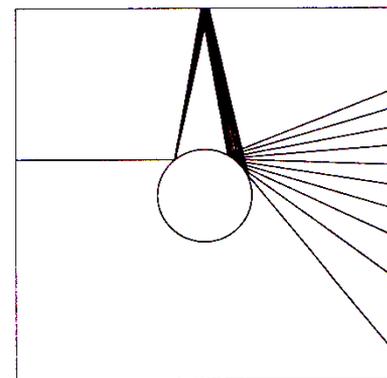
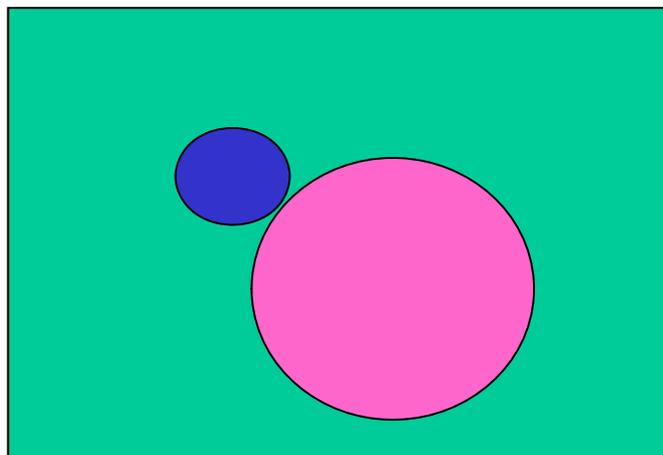
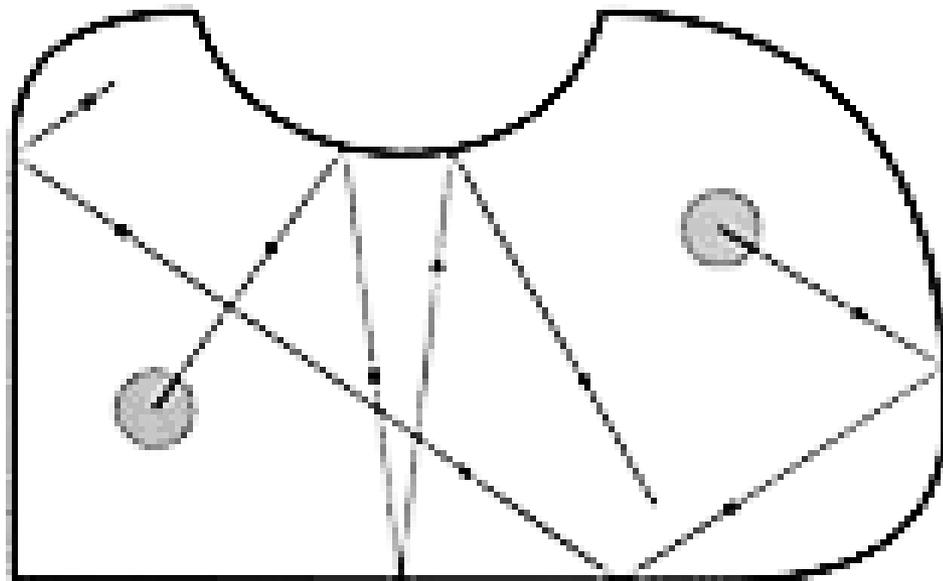
- *неустойчивость фазовых траекторий,*
- *рост малого начального возмущения во времени,*
- *перемешивание элементов фазового объема, и, как следствие,*
- *непредсказуемость поведения системы на больших временах*

Биллиард Синая



Яков Григорьевич
Синай

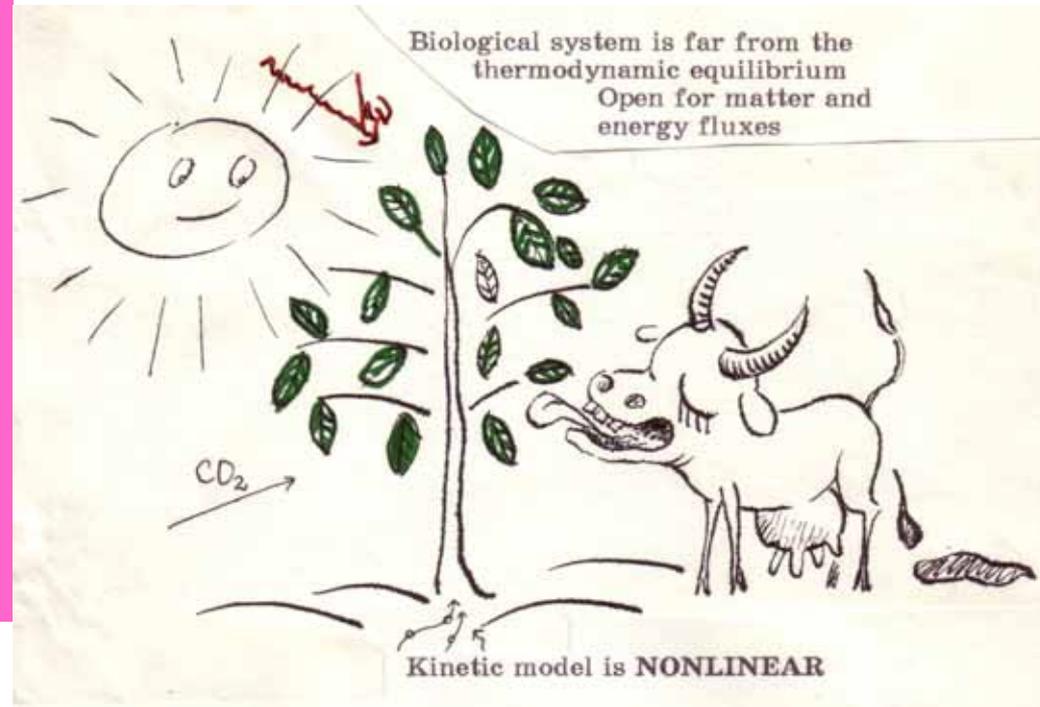
Профессор Мехмата МГУ.
Работы по теории
динамических систем,
статистической физике



НЕЛИНЕЙНОСТЬ

- является необходимым (но не достаточным) условием существования динамического (детерминированного) хаоса

Линейные дифференциальные и разностные уравнения не приводят к хаосу.



Детерминированные системы

однозначно задан закон изменения системы с течением времени.

Детерминированность означает, что зависимость будущего состояния $x(t)$ можно записать в виде:

$$x(t) = F [x(t_0)] .$$

Здесь F – детерминированный закон (оператор), который осуществляет строго однозначное преобразование начального состояния $x(t_0)$ в будущее состояние $x(t)$ для любого $t > t_0$.