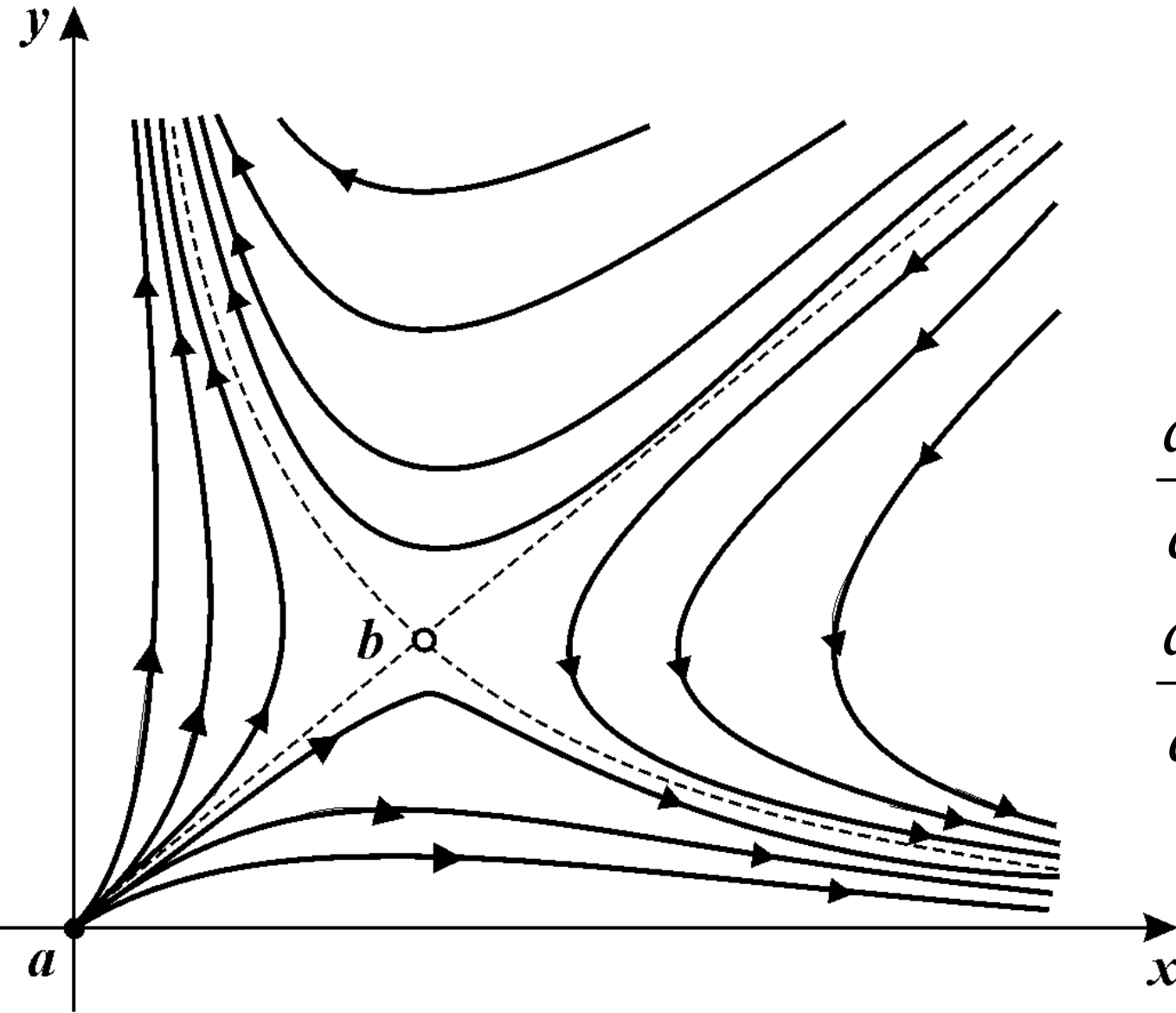


# Биологические триггеры

Мультистационарные системы

- *Конкуренция двух равноправных*
- *Примеры систем с двумя устойчивыми стационарными состояниями.*
- *Конкуренция.*
- *Силовое и параметрическое переключение триггера.*
- *Эволюция. Отбор одного из двух и нескольких равноправных видов.*
- *Генетический триггер Жакоба и Моно.*

# Конкуренция двух равноправных



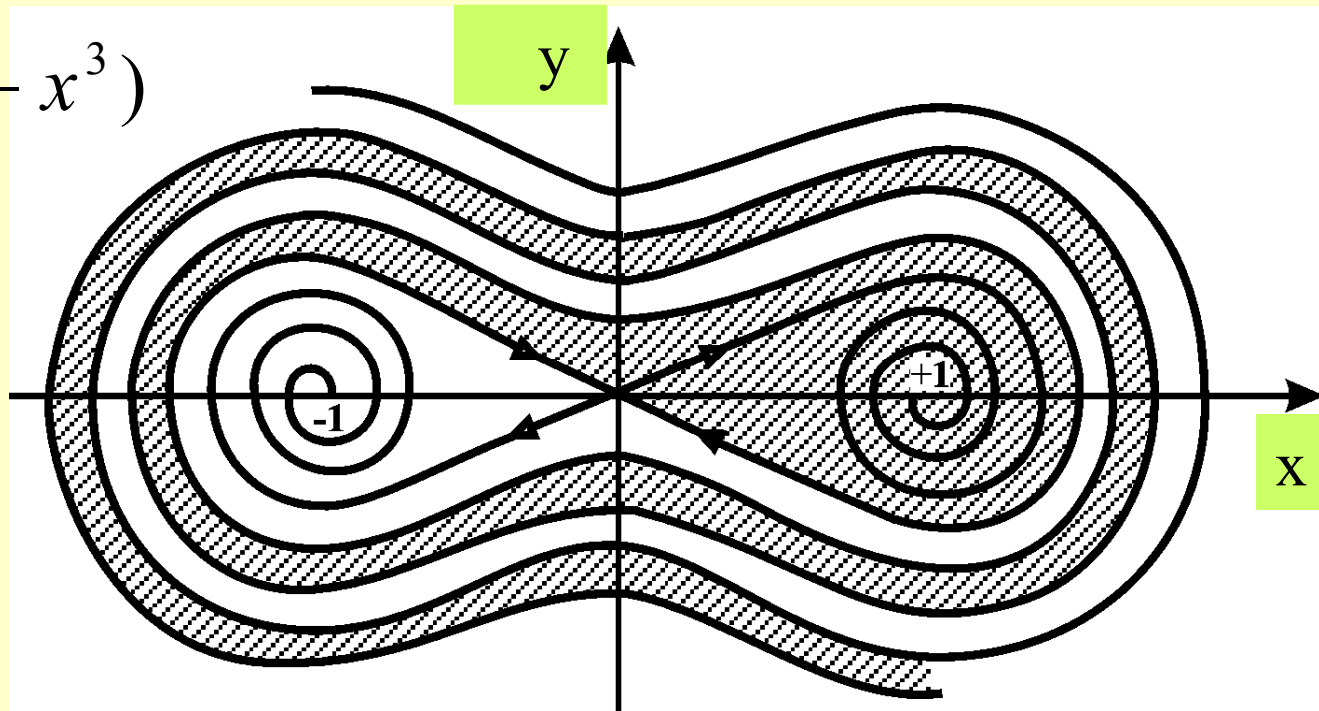
$$\frac{dx}{dt} = ax - \gamma xy;$$
$$\frac{dy}{dt} = ay - \gamma xy.$$

Фазовый портрет «слоистой» системы: “шарик в ложбине с двумя лунками”. Темным обозначена область притяжения стационарного состояния (+1) (Д.С.Чернавский)

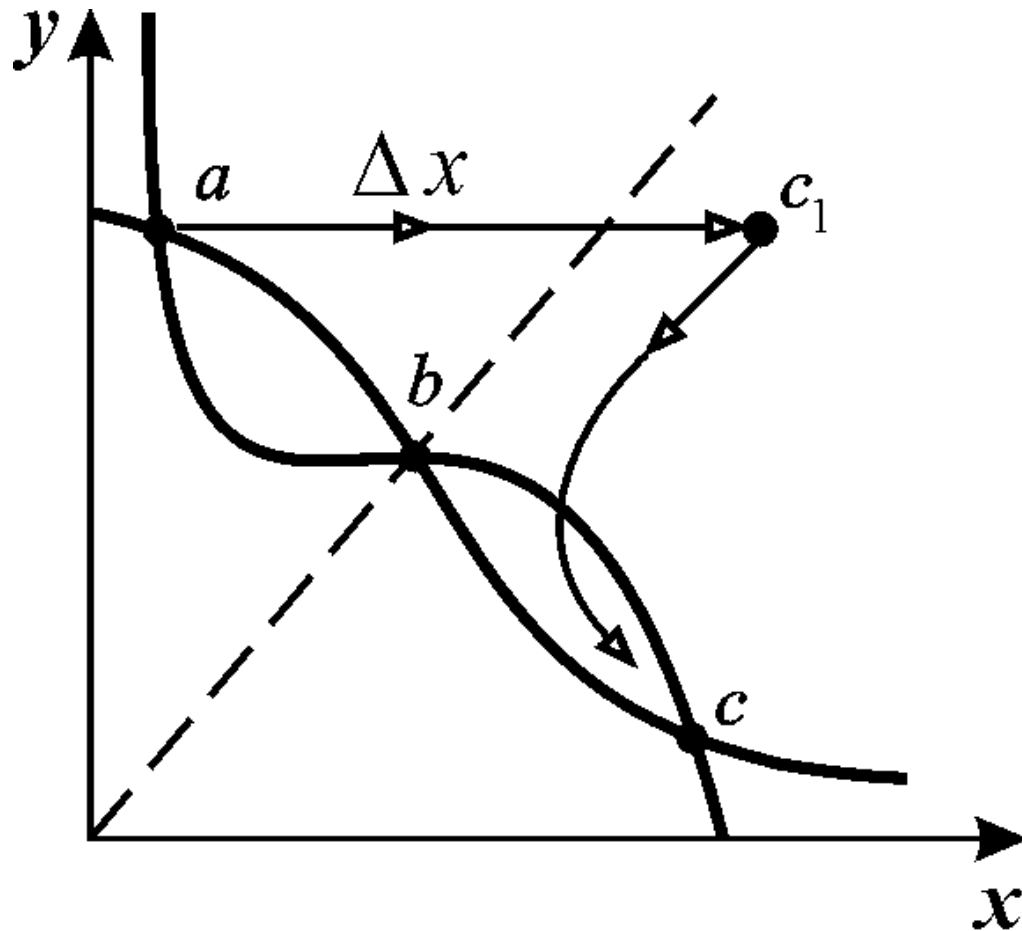
$$\frac{dx}{dt} = y,$$

$$\frac{dy}{dt} = -ay + b(x - x^3)$$

Д.С.Чернавский  
Синергетика  
и информация



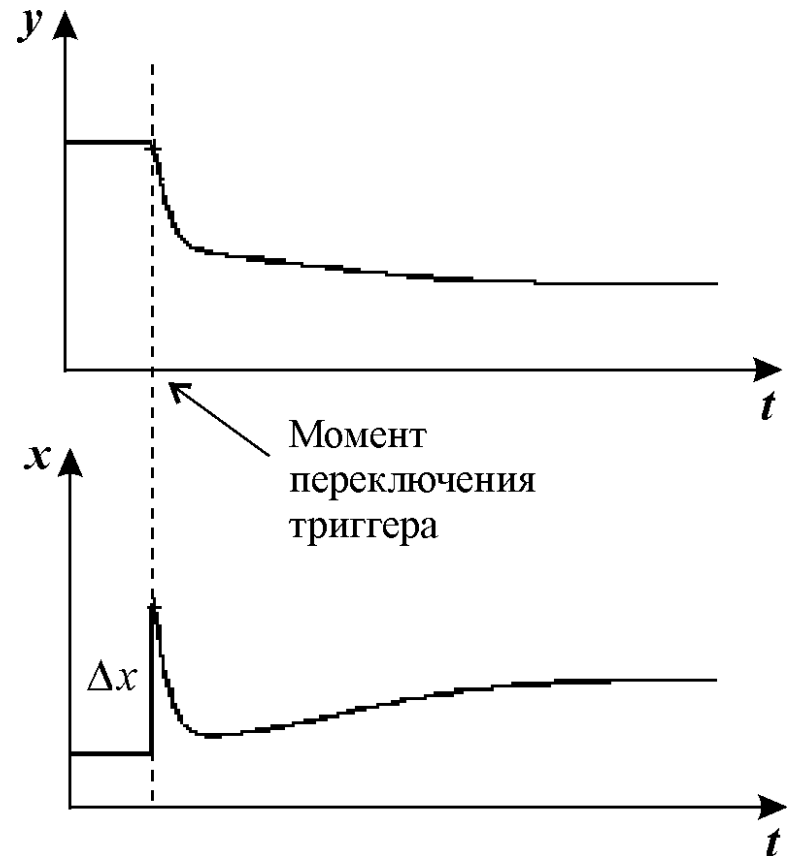
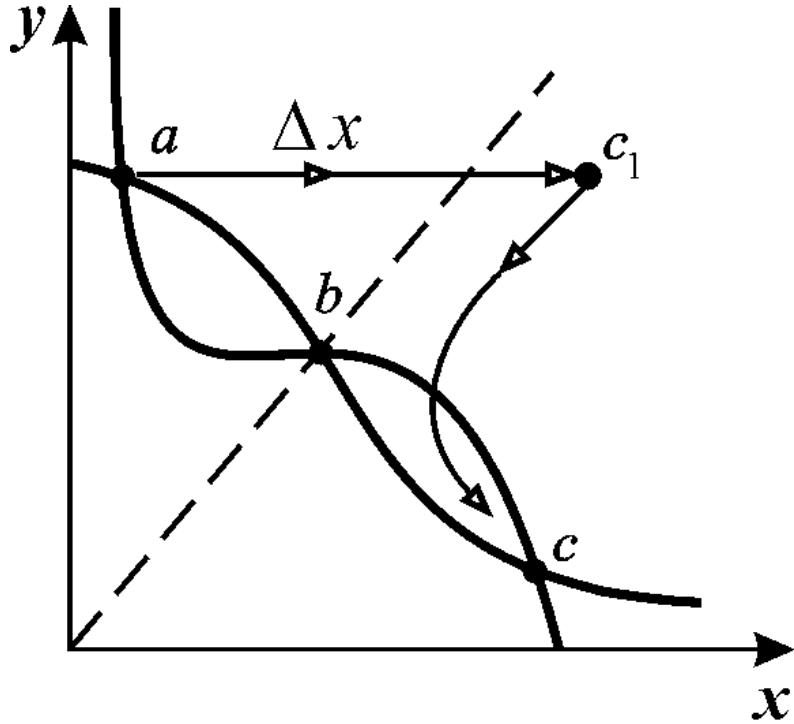
# Фазовый портрет «стандартной» триггерной системы



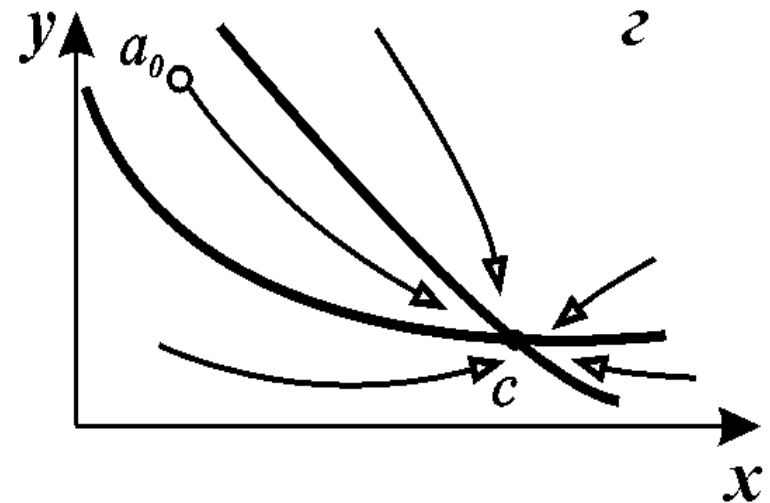
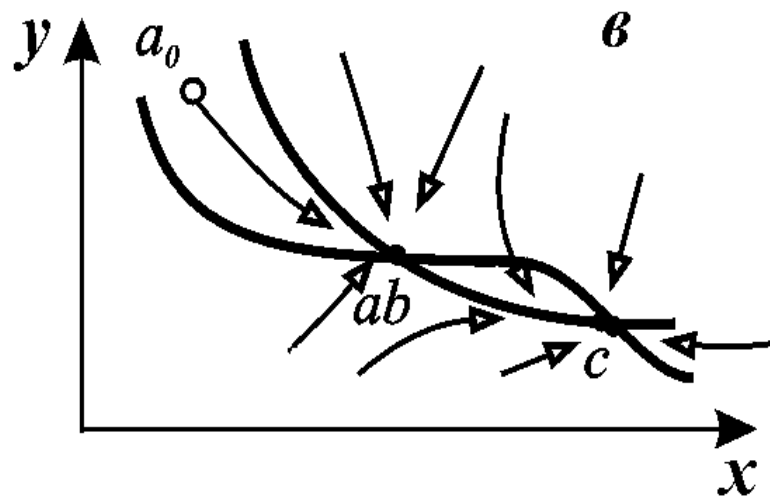
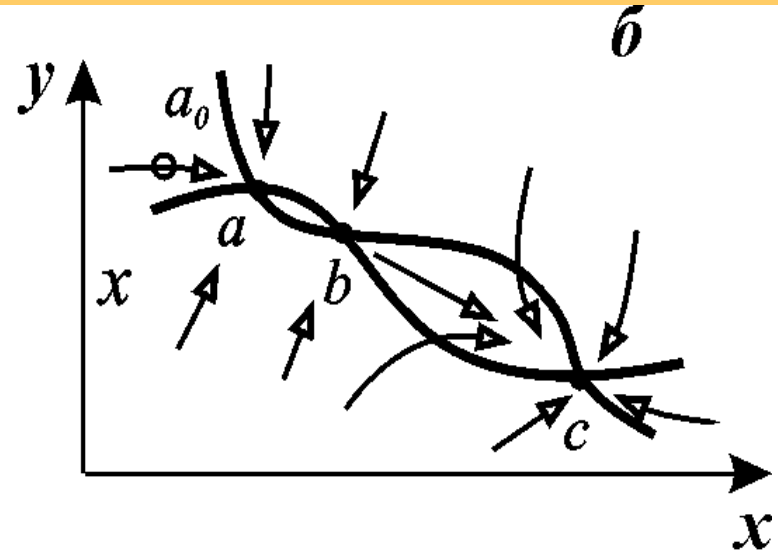
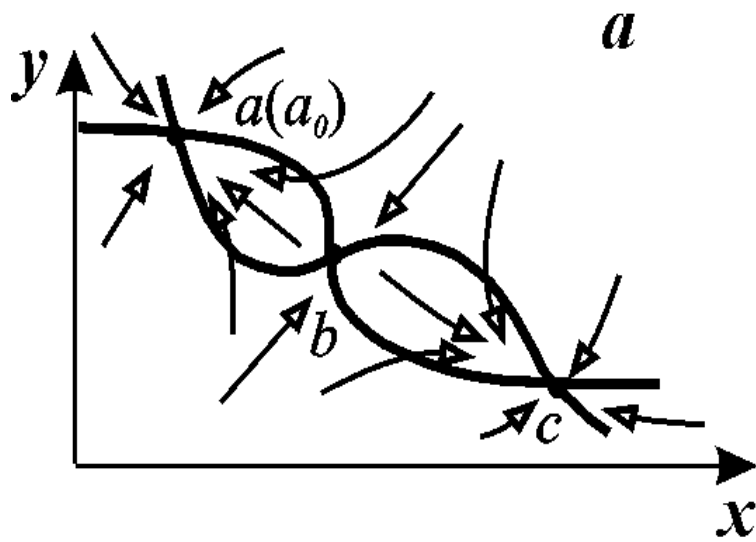
Жирными линиями показаны главные изоклины. Пунктирной линией обозначена сепаратриса, отделяющая области влияния двух устойчивых стационарных состояний  $a$  и  $c$ .

Стрелка показывает процесс силового переключения триггера.

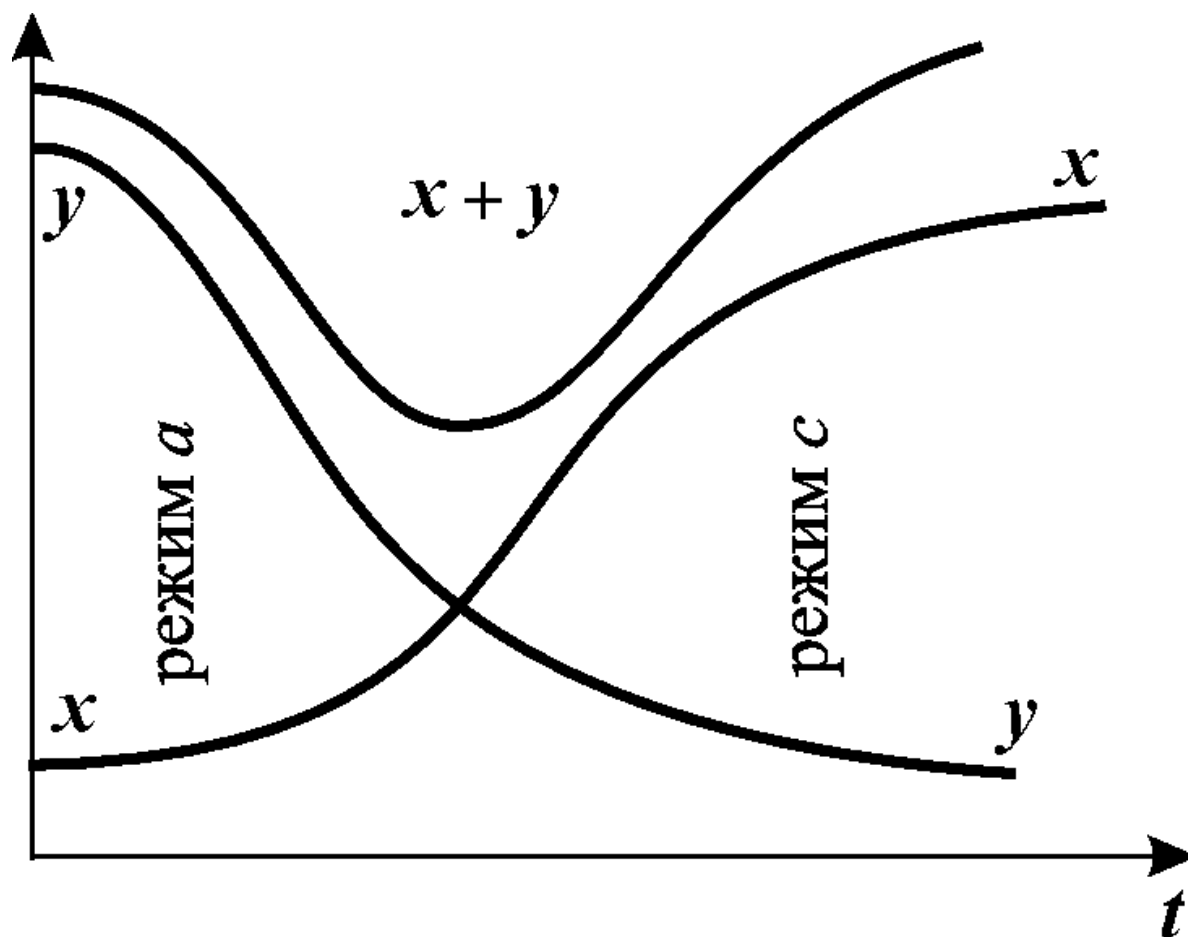
# Силовое переключение триггера



# Параметрическое переключение триггера



Кинетика изменения переменных в процессе параметрического переключения триггера.





# Геохронологическая таблица

|   |                  |  |
|---|------------------|--|
| 1 млн. лет  | <b>КАЙНОЗОЙ</b>  | <b>Эволюция человека</b>               |
|   | <b>МЕЗОЗОЙ</b>   | <b>Появление млекопитающих</b>         |
|   | <b>ПАЛЕОЗОЙ</b>  | <b>Первые многоклеточные</b>           |
| <b>2000 – 3000 млн. лет</b>   | <b>ПРОТЕОЗОЙ</b> | <b>Биологическая эволюция</b>          |
| <b>4000 млн. лет</b>  | <b>АРХЕЙ</b>     | <b>Микроископаемые</b>                 |
| <b>5000 млн. лет</b>  |                  | <b>Образование Земли</b>               |
| <b>10 000 млн. лет</b><br><b>13,7 млрд лет-</b><br><b>Большой взрыв</b> |                  | <b>Возникновение солнечной системы</b> |

# Типы эволюции

Новые элементы не появляются, а старые не исчезают – происходит их перераспределение в пространстве и во времени.

Эволюция галактик, упорядоченных вихрей в гидродинамике, автоколебаний и автоволн в активных средах.

Образование негомогенных стационарных распределений вещества в пространстве – диссипативных структур.

Самопроизвольный отбор немногих элементов (и их размножение) из очень большого числа различных уже существующих или тех, которые могут возникнуть.

Образование изотопов химических элементов, макромолекул в химической эволюции, видов в биологической эволюции, образование человеческих языков.

Все эти процессы идут в результате размножения и конкурентного отбора.

# Возникновение единого генетического кода

## Как происходит отбор?

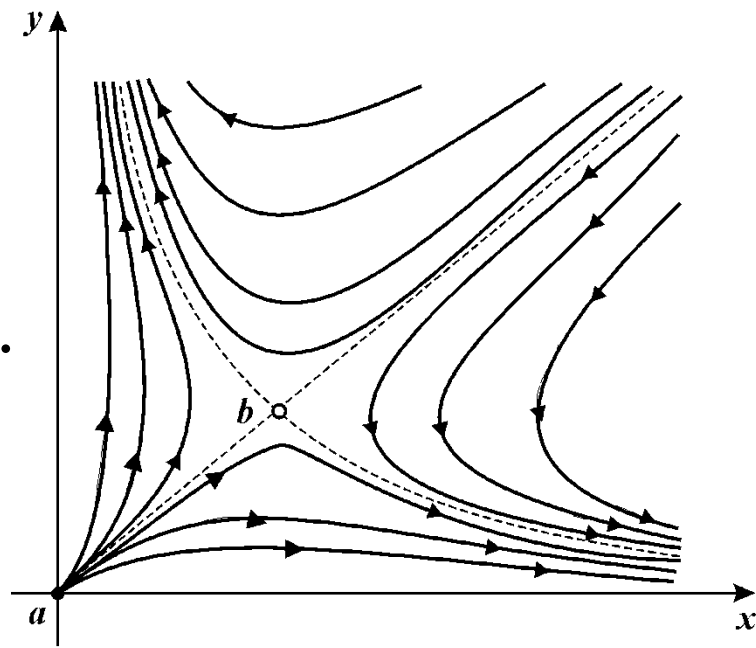
- *Кастлер*: начальный код возник *случайно*, другие комбинации не успели возникнуть.
- *Эйген*: возникло несколько разных кодов, но *отобрались* наилучшие.
- *Д.С. Чернавский*: произошел отбор одного из равноправных.



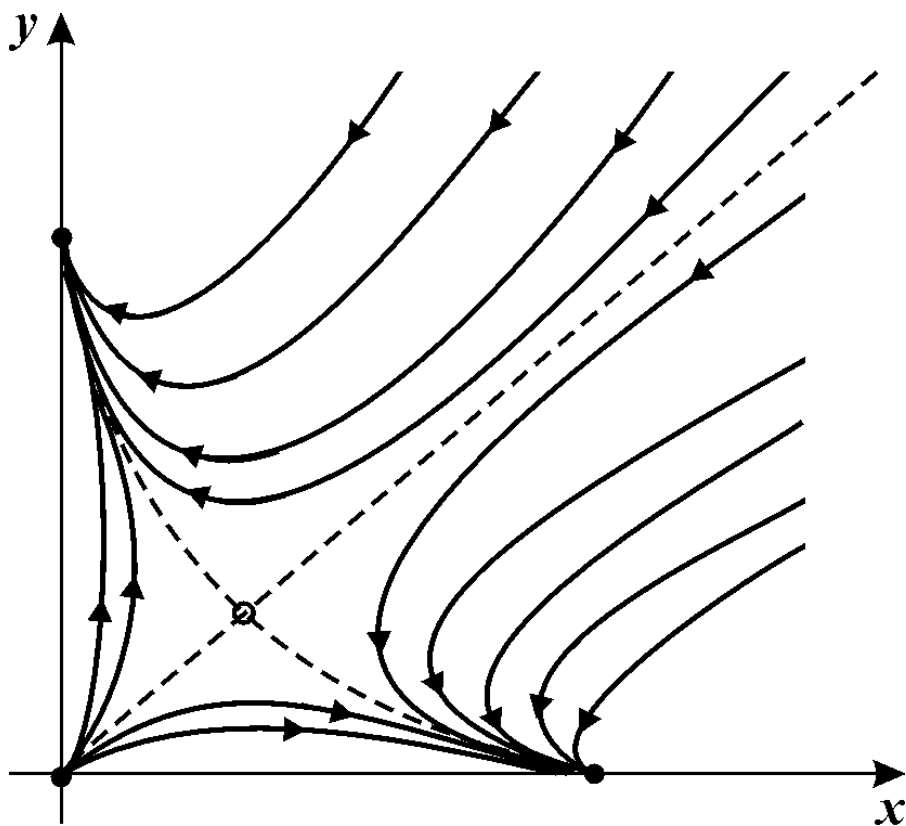
# Модели отбора из $N$ равноправных

$$\frac{dx_i}{dt} = aX_i - \gamma \sum_{j=1, j \neq i}^N X_i X_j; \quad i = 1, 2, \dots, N$$

$$\frac{dx}{dt} = ax - \gamma xy; \quad \frac{dy}{dt} = ay - \gamma xy.$$



Фазовый портрет триггерной системы,  
описывающей конкуренцию  
между двумя одинаковыми видами с ограниченной  
численностью



$$\frac{dx}{dt} = x - xy - ax^2,$$
$$\frac{dy}{dt} = y - xy - ay^2.$$

# Ограничение численности



Monod Jacques Lucien, 1910-1976 — французский микробиолог и биохимик. В 1965 Моно вместе с Франсуа Жакобом и Андре Львовым был удостоен Нобелевской премии по физиологии и медицине «за открытия, связанные с генетическим контролем синтеза ферментов и вирусов».

- Ограничение скорости роста субстратом
- Формула МОНО:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\mu_m S}{K_S + S} x$$

# Пример: конкуренция двух одинаковых видов, питающихся одним субстратом (субстрат ограничен)

$$a = \frac{a_0 S}{k_S + S}$$

$$\frac{dX}{dt} = a_0 \frac{S}{K_S + S} X - \beta X - \gamma XY,$$

$$\frac{dY}{dt} = a_0 \frac{S}{K_S + S} Y - \beta Y - \gamma XY.$$

Зависимость скорости роста от концентрации субстрата

$$\frac{dS}{dt} = -\alpha a_0 \frac{S}{K_S + S} (X + Y) + \nu;$$

Быстрая переменная

# Система в безразмерных переменных

$$t' = \beta t; \quad x = \frac{\gamma X}{\beta}; \quad y = \frac{\gamma Y}{\beta};$$

$$z = \frac{\gamma S}{\beta}; \quad v' = \frac{\gamma v}{\beta^2}$$

$$f(z) = \frac{a_0 z}{K_z + z}; \quad K_z = \frac{\gamma K_s}{\beta};$$

$$f(z) = \frac{v}{\alpha(x+y)} = \frac{v_0}{x+y}.$$

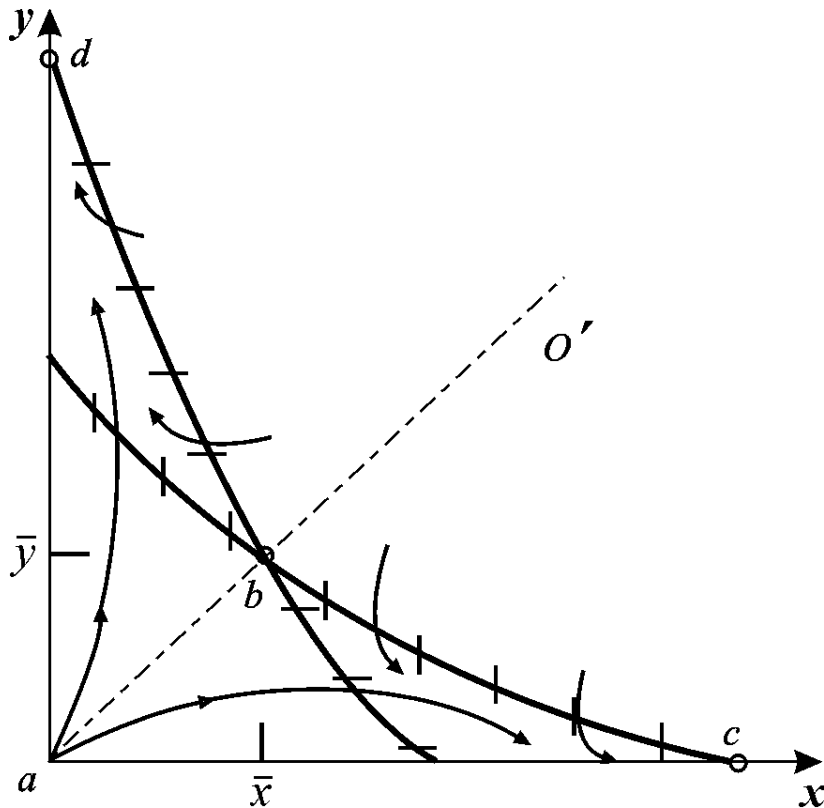
$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= f(z)x - x - xy, \\ \frac{dy}{dt} &= f(z)y - y - xy, \\ \frac{dz}{dt} &= -\alpha f(z)(x+y) + v. \end{aligned}$$

Z-быстрая переменная



Фазовый портрет системы, описывающей отбор одного из двух равноправных видов когда субстрат поступает в систему с постоянной скоростью.

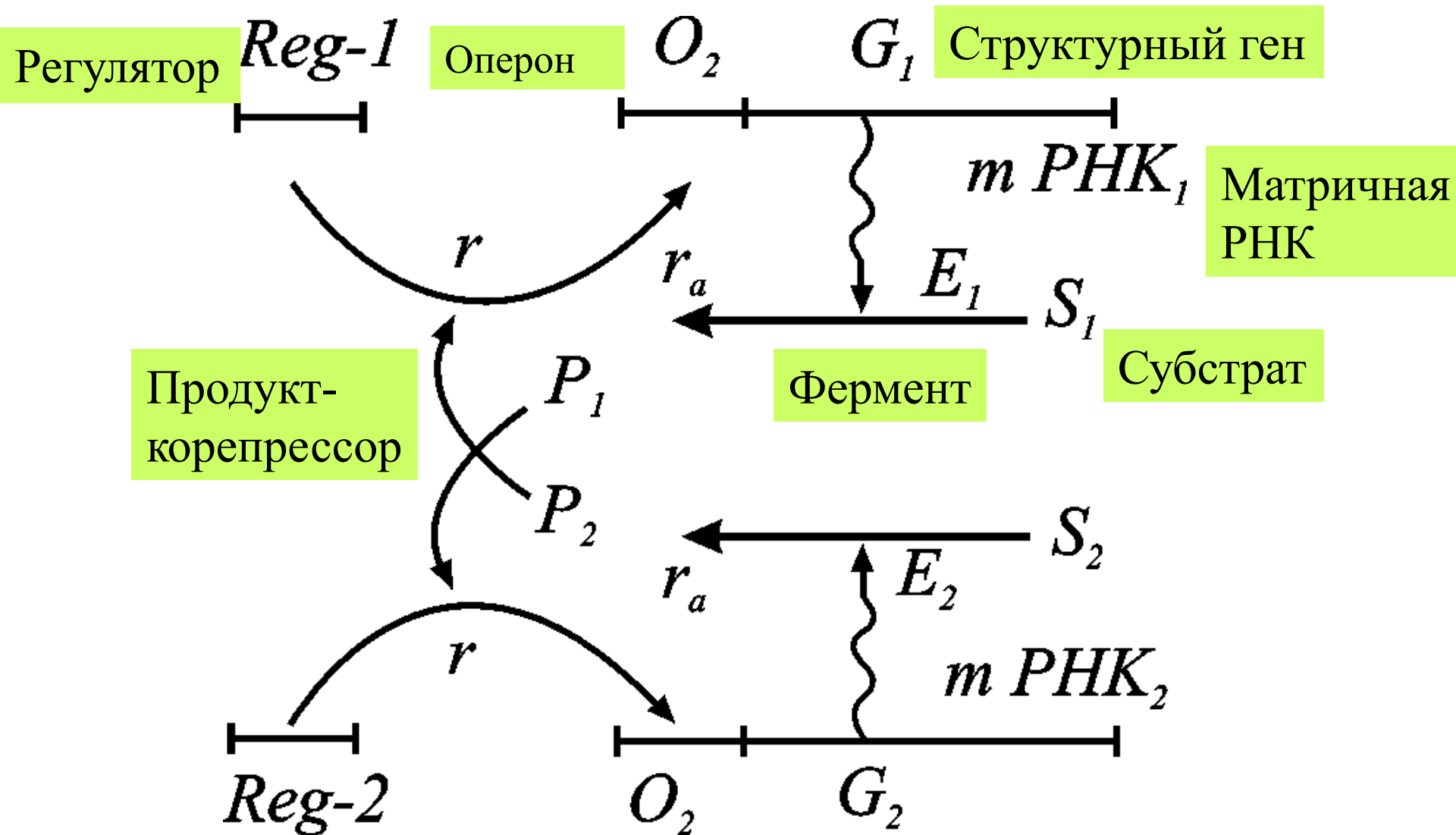
$a$  (начало координат) – неустойчивый узел,  $b$  – седло,  $c, d$  – устойчивые узлы.



$$\frac{dx}{dt} = x \left[ \frac{v_0}{x+y} - (1+y) \right],$$

$$\frac{dy}{dt} = y \left[ \frac{v_0}{x+y} - (1+x) \right]$$

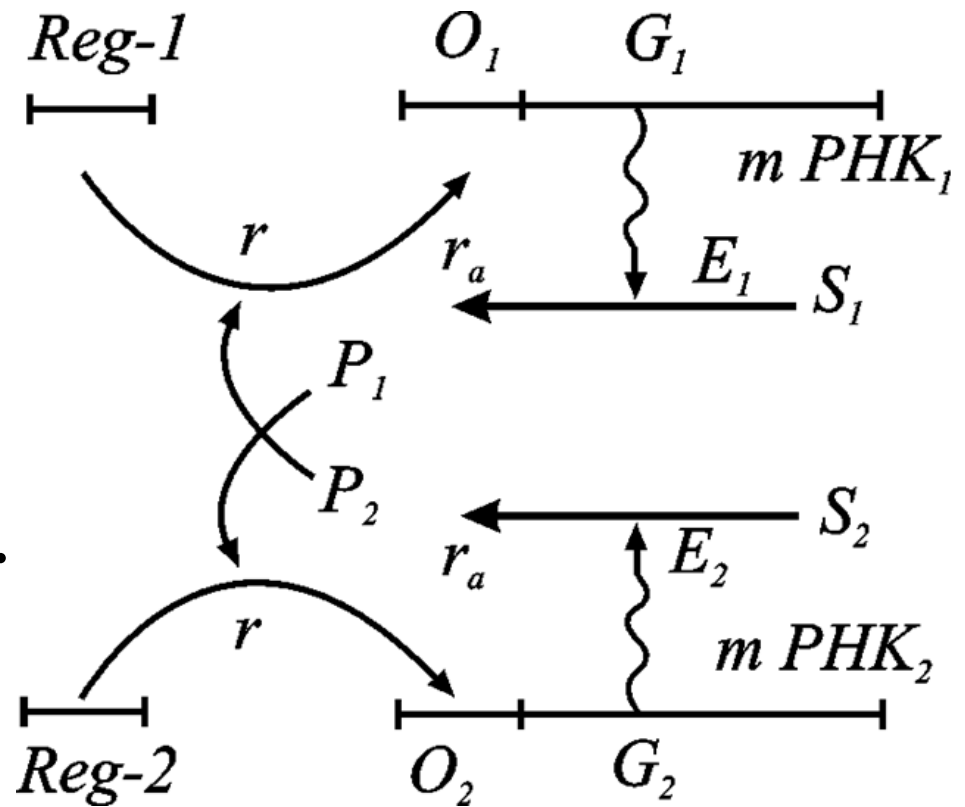
# Схема синтеза двух ферментов Жакоба и Моно. Генетический триггер



# Модель синтеза двух ферментов Жакоба и Моно. Генетический триггер

$$\frac{dP_1}{dt} = \frac{A_1}{B_1 + P_2^m} - q_1 P_1,$$

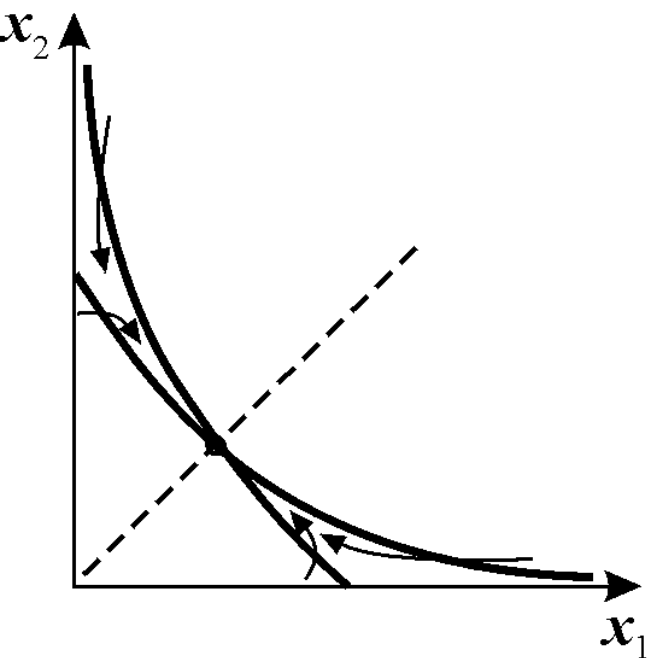
$$\frac{dP_2}{dt} = \frac{A_2}{B_2 + P_1^m} - q_2 P_2.$$



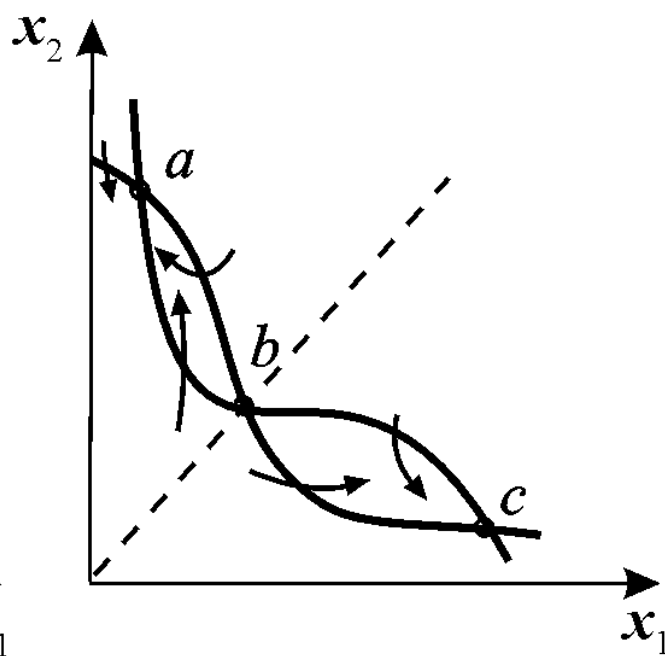
Ю.М.Романовский, Н.В.Степанова, Д.С.Чернавский.

Математические модели в биофизике. 2004

Главные изоклины на фазовой плоскости системы. При  $m = 1$ . система имеет единственное устойчивое стационарное состояние (a). При  $m = 2$  в системе три стационарных состояния, два из которых (a и c) – устойчивые узлы, а третье (b) – седло.



$m=1$

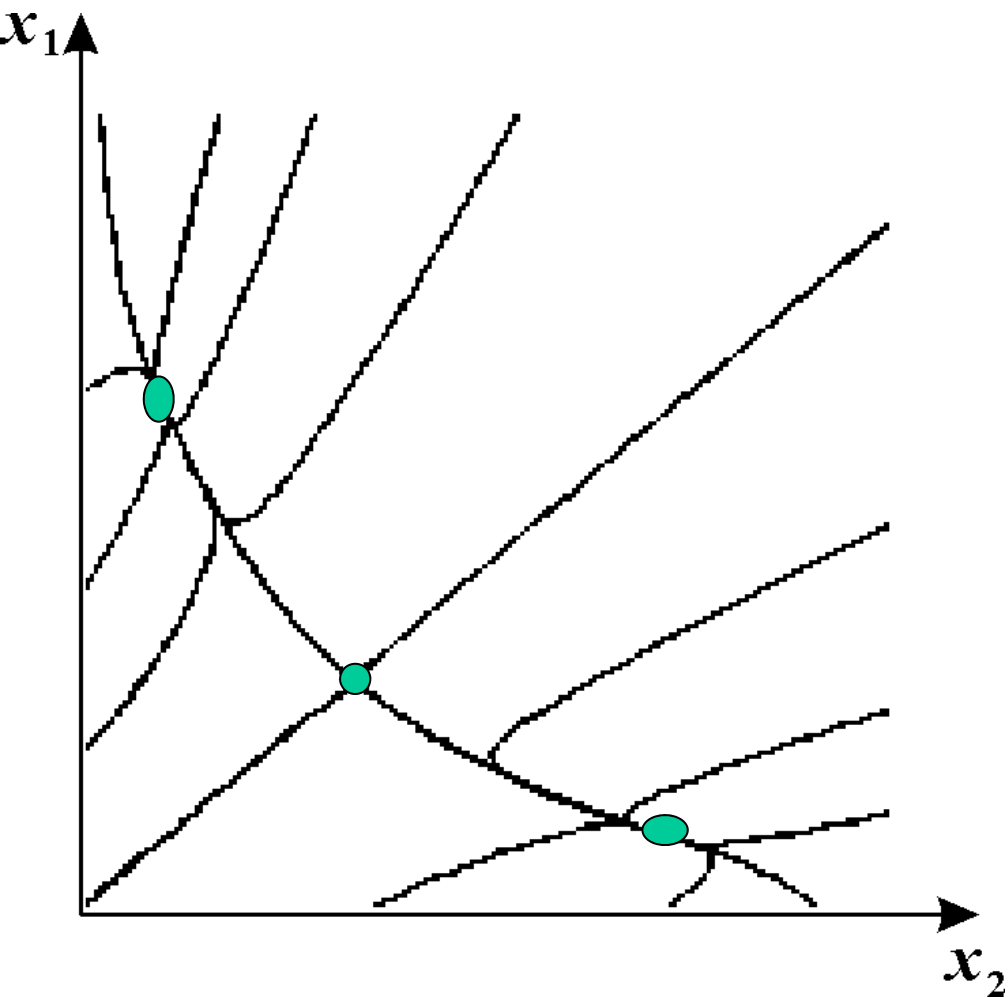


$m=2$

$$\frac{dx_1}{dt} = \frac{L_1}{1 + x_2^m} - x_1,$$

$$\frac{dx_2}{dt} = \frac{L_2}{1 + x_1^m} - x_2$$

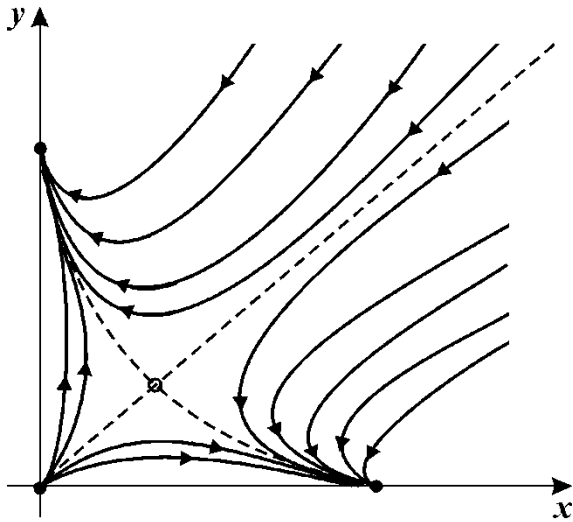
# Фазовый портрет триггерной системы Жакоба и Моно



$$\frac{dx_1}{dt} = \frac{L_1}{1+x_2^m} - x_1,$$
$$\frac{dx_2}{dt} = \frac{L_2}{1+x_1^m} - x_2$$

$$L_1=L_2=3; \quad m=2$$

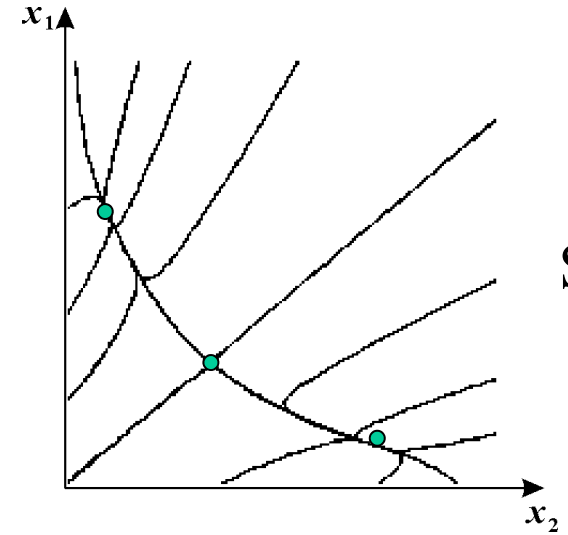
# Отличие процессов эволюции и синтеза



EVO

$$\frac{dx}{dt} = x - xy - ax^2,$$
$$\frac{dy}{dt} = y - xy - ay^2.$$

Уничтожение лишних



SYN

$$\frac{dx_1}{dt} = \frac{L_1}{1 + x_2^m} - x_1,$$
$$\frac{dx_2}{dt} = \frac{L_2}{1 + x_1^m} - x_2$$

Замедление процессов

# Жак Люсьён Монó (*Jacques Lucien Monod* 1910-1976)



Французский биохимик и микробиолог, лауреат Нобелевской премии по биохимии и медицине 1965 совместно с Франсуа Жакобом и Андре Львовым и «за открытия, касающиеся генетического контроля синтеза ферментов и вирусов». Моно разработал метод непрерывного культивирования микроорганизмов. Во время второй мировой войны (1940-1945) принимал активное участие во французском сопротивлении. В своей широко известной биологической и философской работе «Случайность и необходимость» (1970) Моно, основываясь на последних открытиях в области биохимии, утверждал, что все формы жизни – это результат случайных мутаций (случайность) и дарвиновского отбора (необходимость).

