


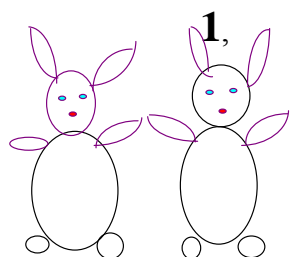
Г.Ю.Ризниченко



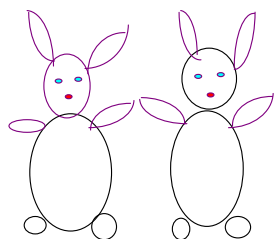
Модели популяционной динамики

- 
- *Непрерывные модели: экспоненциальный рост, логистический рост, модели с наименьшей критической численностью.*
 - *Модели с неперекрывающимися поколениями. Дискретное логистическое уравнение.*
 - *Диаграмма и лестница Ламерея.*
 - *Типы решений при разных значениях параметра: монотонные и затухающие решения, циклы, квазистохастическое поведение, вспышки численности.*
 - *Матричные модели популяций. Влияние запаздывания.*

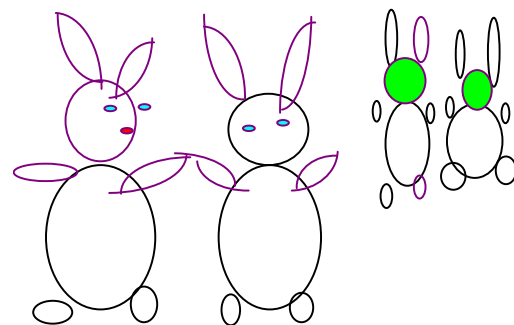
Популяционная динамика ряд Фибоначчи



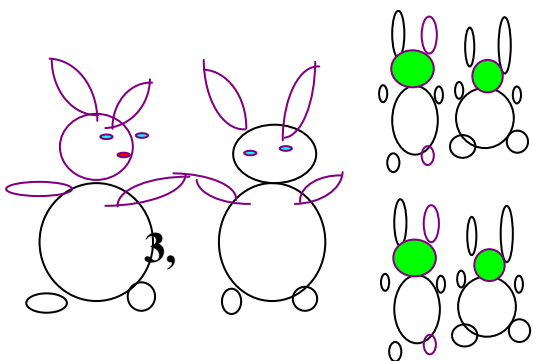
1



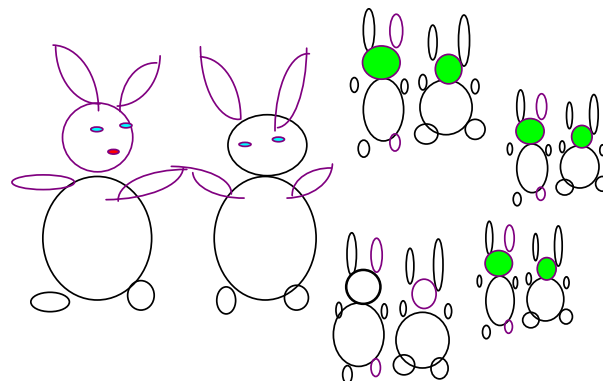
1



2



3



5

Леонардо из Пизы («Трактат о счете», 13 век)

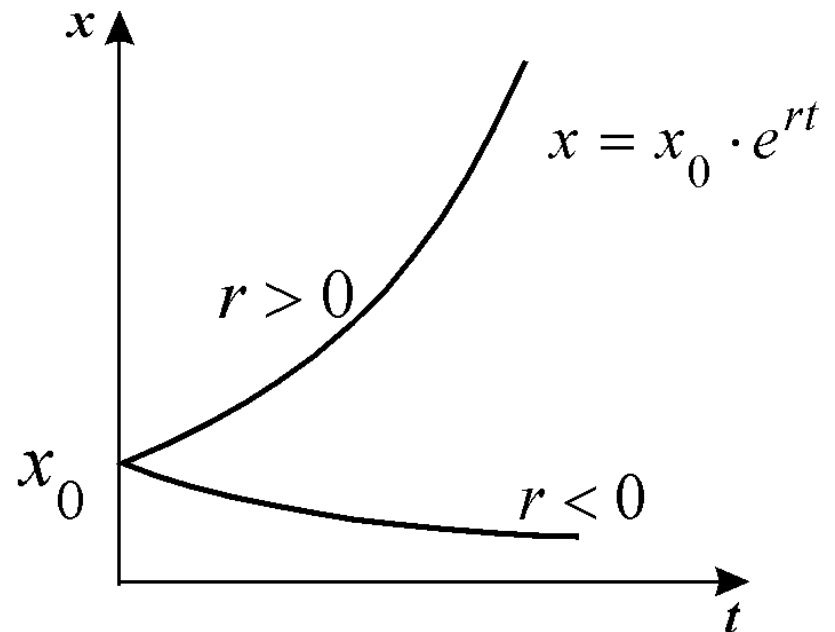
Непрерывные модели роста популяций

Модель экспоненциального роста Мальтуса («О росте народонаселения» 1798)



$$N_{t+1} = qN_t \quad N_{t+1} = q^n N_0$$

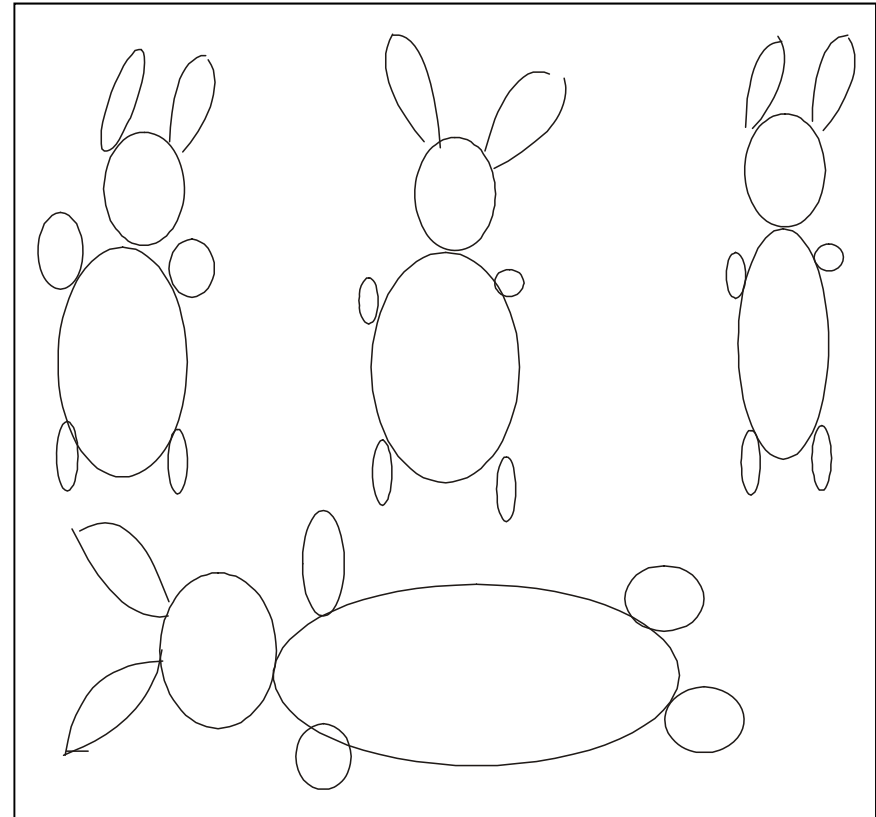
$$\frac{dx}{dt} = rx.$$



Уравнение логистического роста (Ферхюльст, 1845)

$$\frac{dx}{dt} = rx\left(1 - \frac{x}{K}\right)$$

r – константа скорости роста
 K – емкость экологической
ниши



K – системный фактор

Уравнение Ферхюльста

$$\frac{dx}{dt} = rx\left(1 - \frac{x}{K}\right)$$

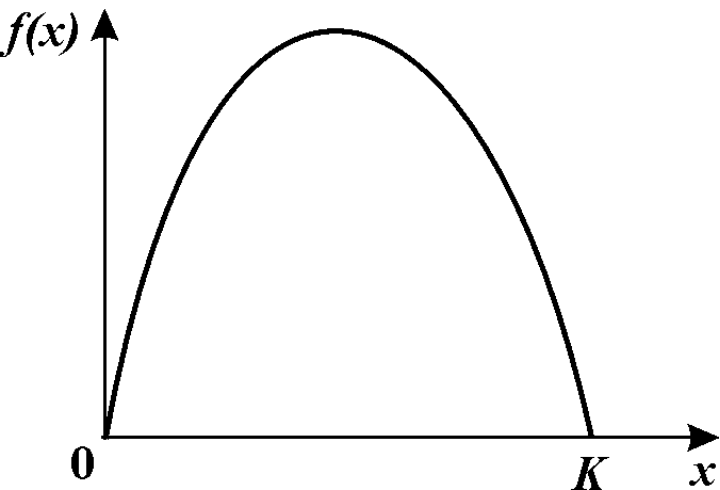
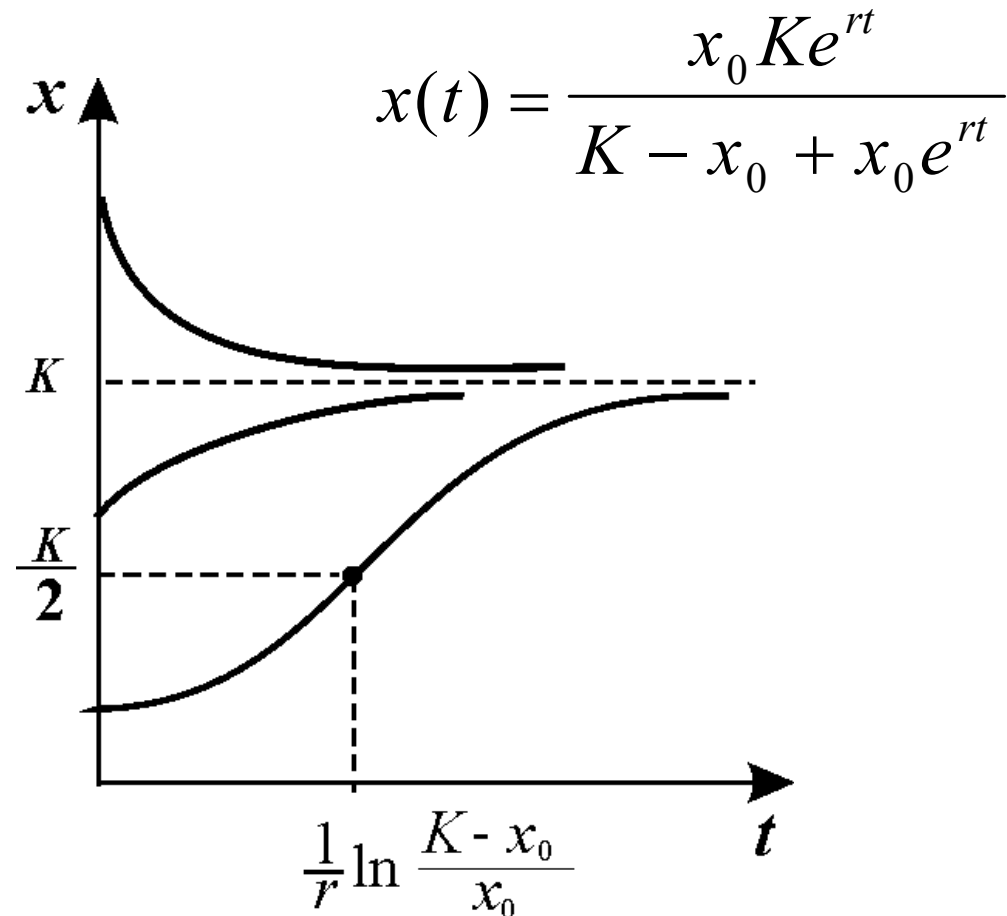


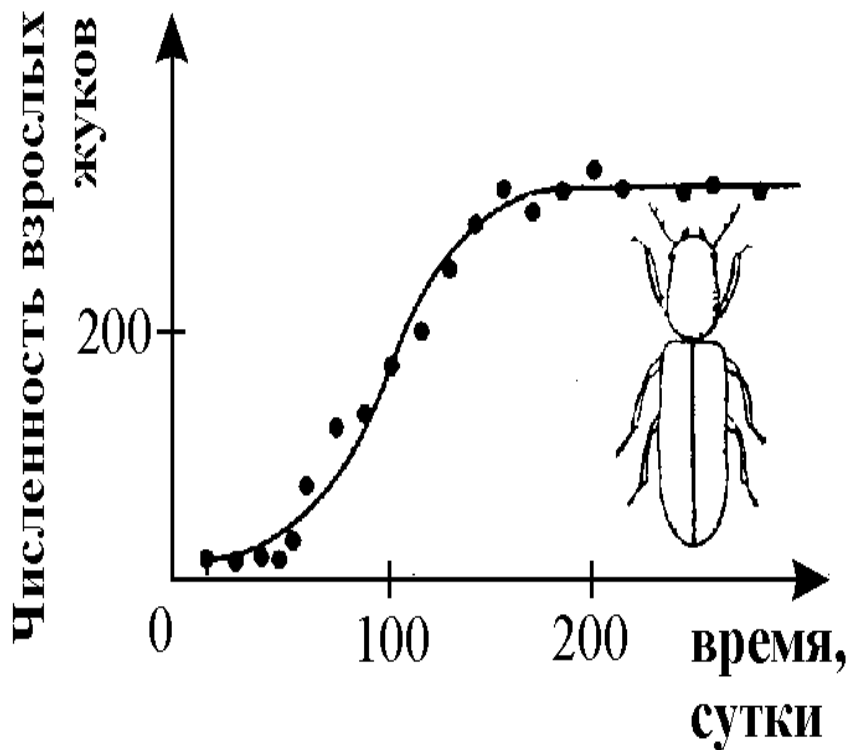
График функции $f(x)$



Поведение x во времени

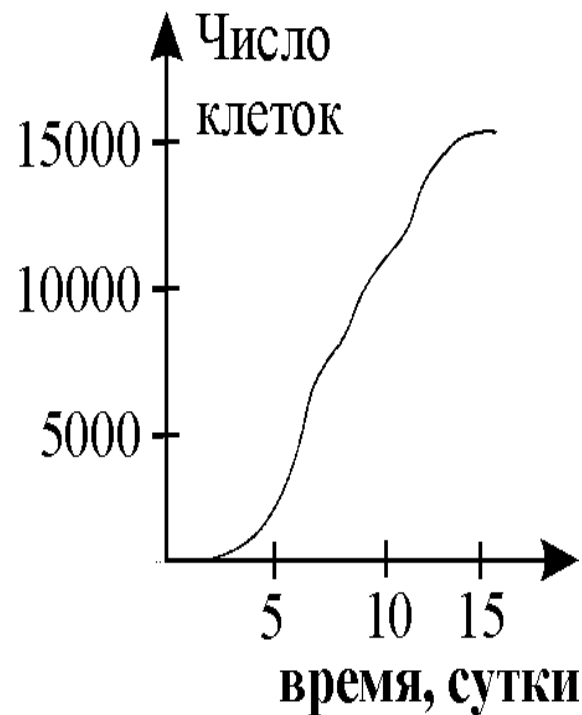
Ограниченный рост (уравнения Ферхюльста)

$$\frac{dx}{dt} = rx\left(1 - \frac{x}{K}\right)$$



a

Жук *Rhizoretha dominica* в 10-граммовой порции пшеничных зерен, пополняемых каждую неделю (Crombie, 1945).



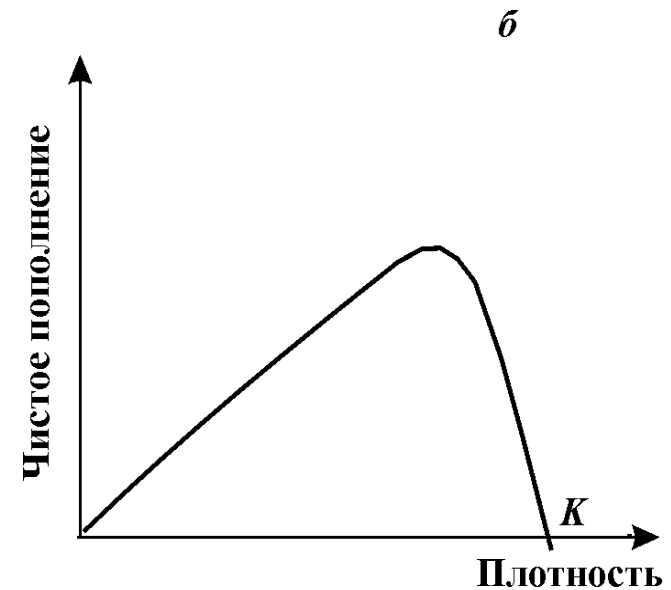
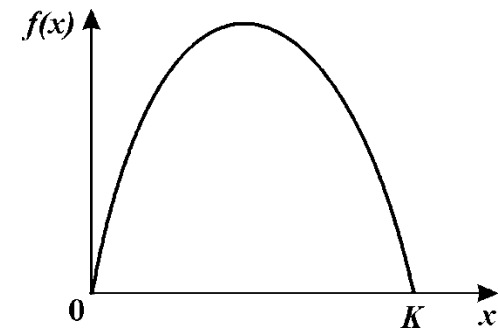
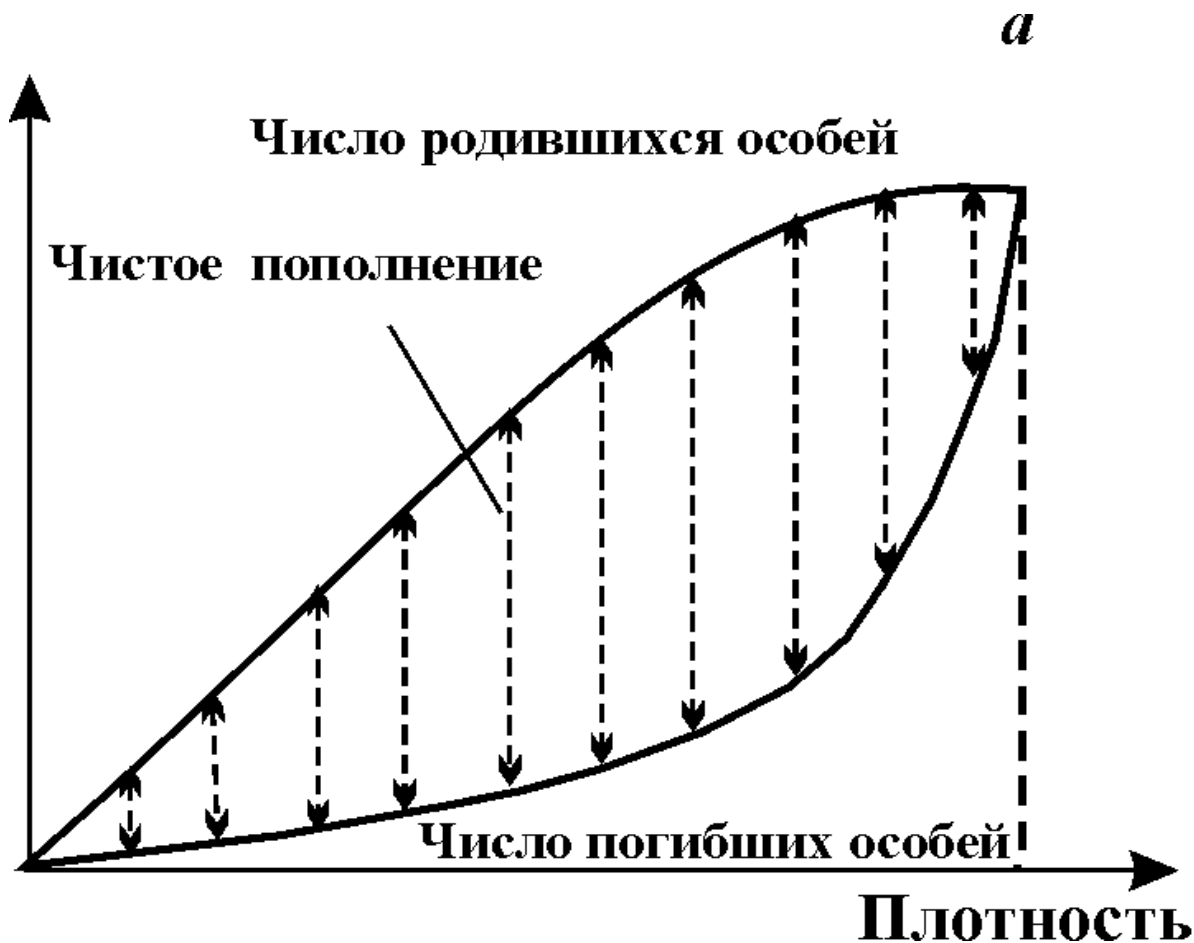
б

Водоросль *Chlorella* в культуре

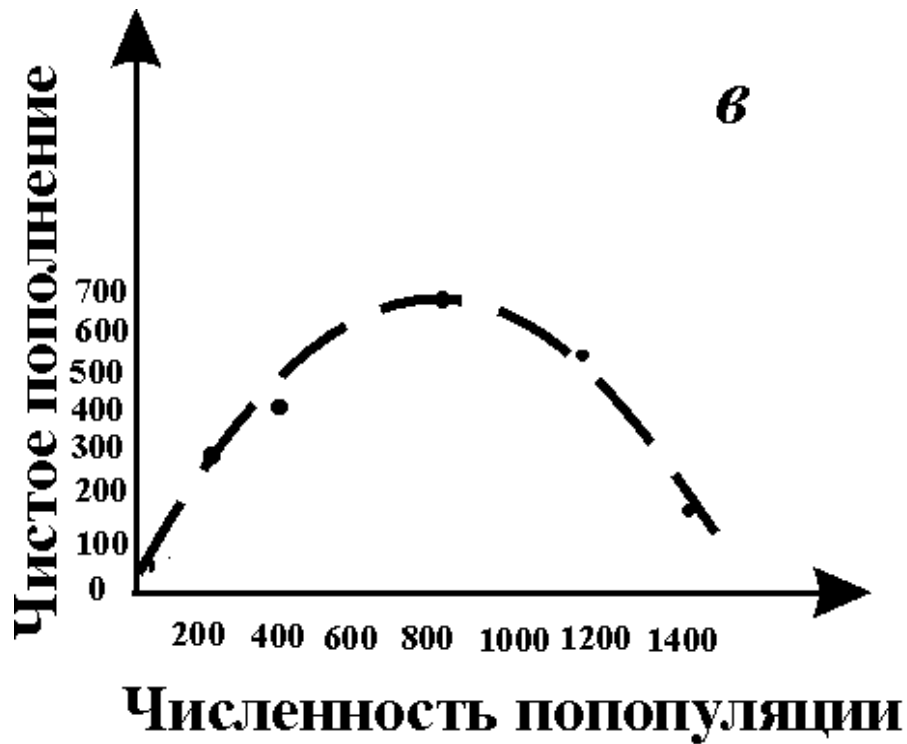
(Pearsall, Bengry, 1940)

$$\frac{dx}{dt} = rx\left(1 - \frac{x}{K}\right)$$

Кривые пополнения



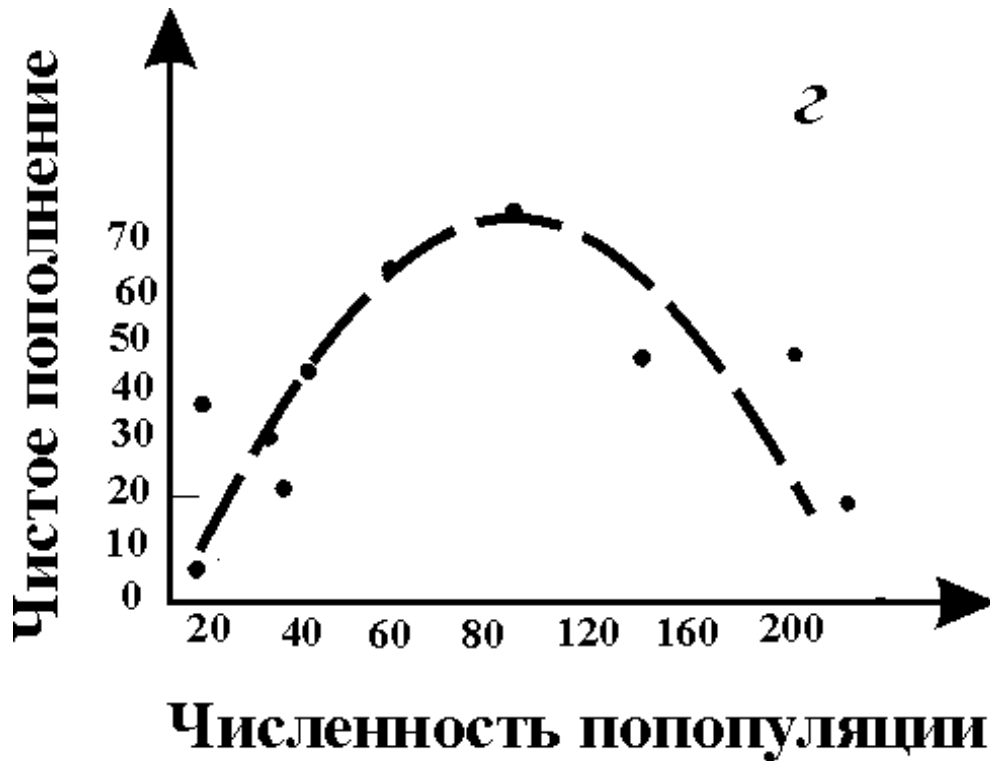
Примеры кривых пополнения (1)



v

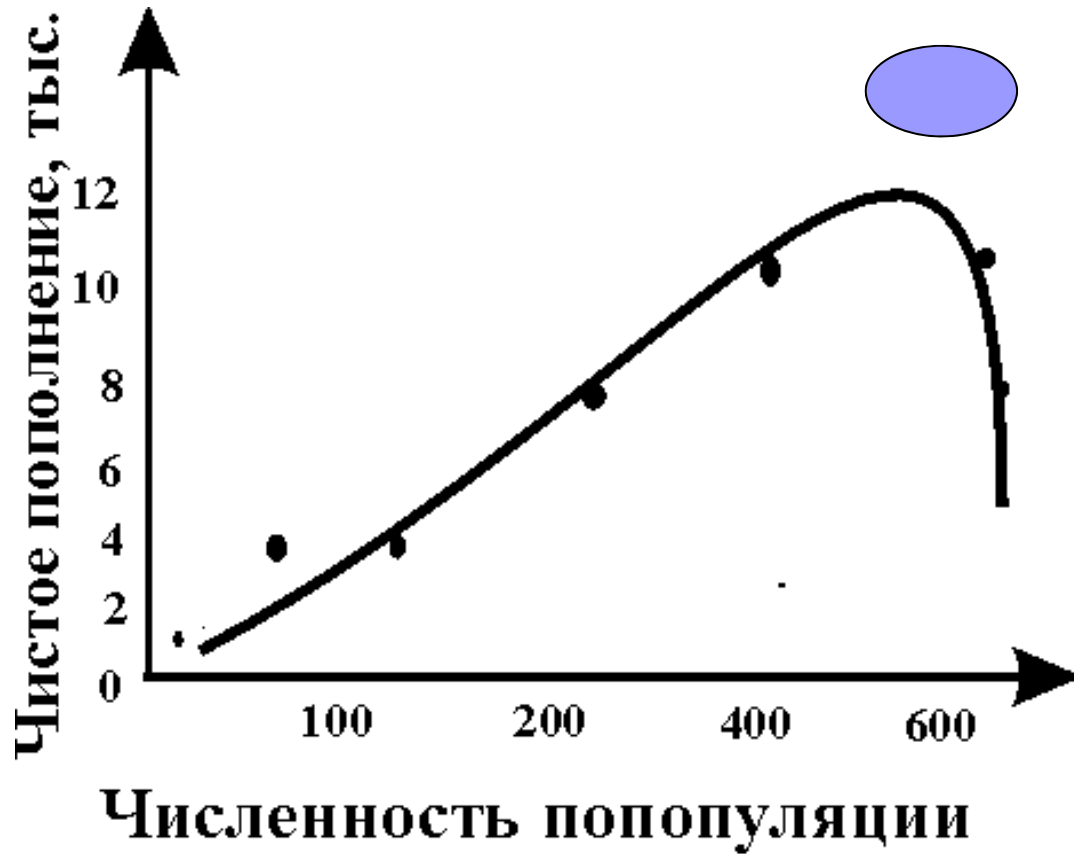
численность
фазана
обыкновенного
на о. Протекшн -
Айленд
после его
интродукции в
1937 г.
(Einarsen, 1945);

Примеры кривых пополнения (2)



экспериментальная
популяция
плодовой мушки
Drosophyla
melanogaster
(*Pearl, 1927*)

Примеры кривых пополнения (3)

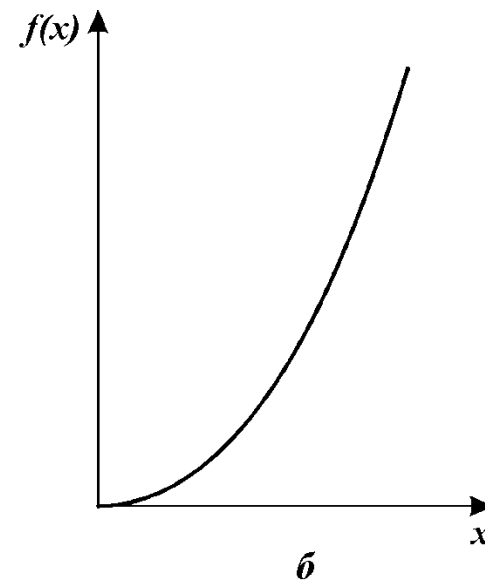
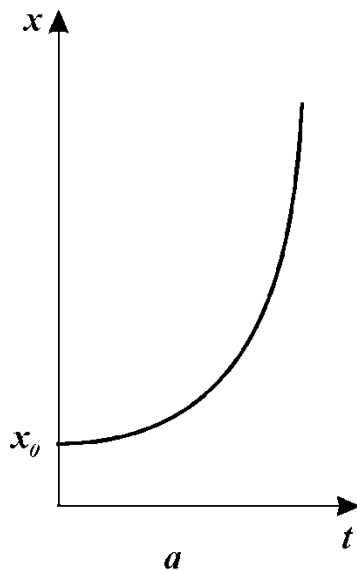


оценка
численности
арктического
финвала
(Allen, 1972)

Учет двуполого размножения

$$\frac{dx}{dt} = rx^2$$

$$\frac{dx}{dt} = a \frac{\beta x^2}{\beta + \tau x}$$

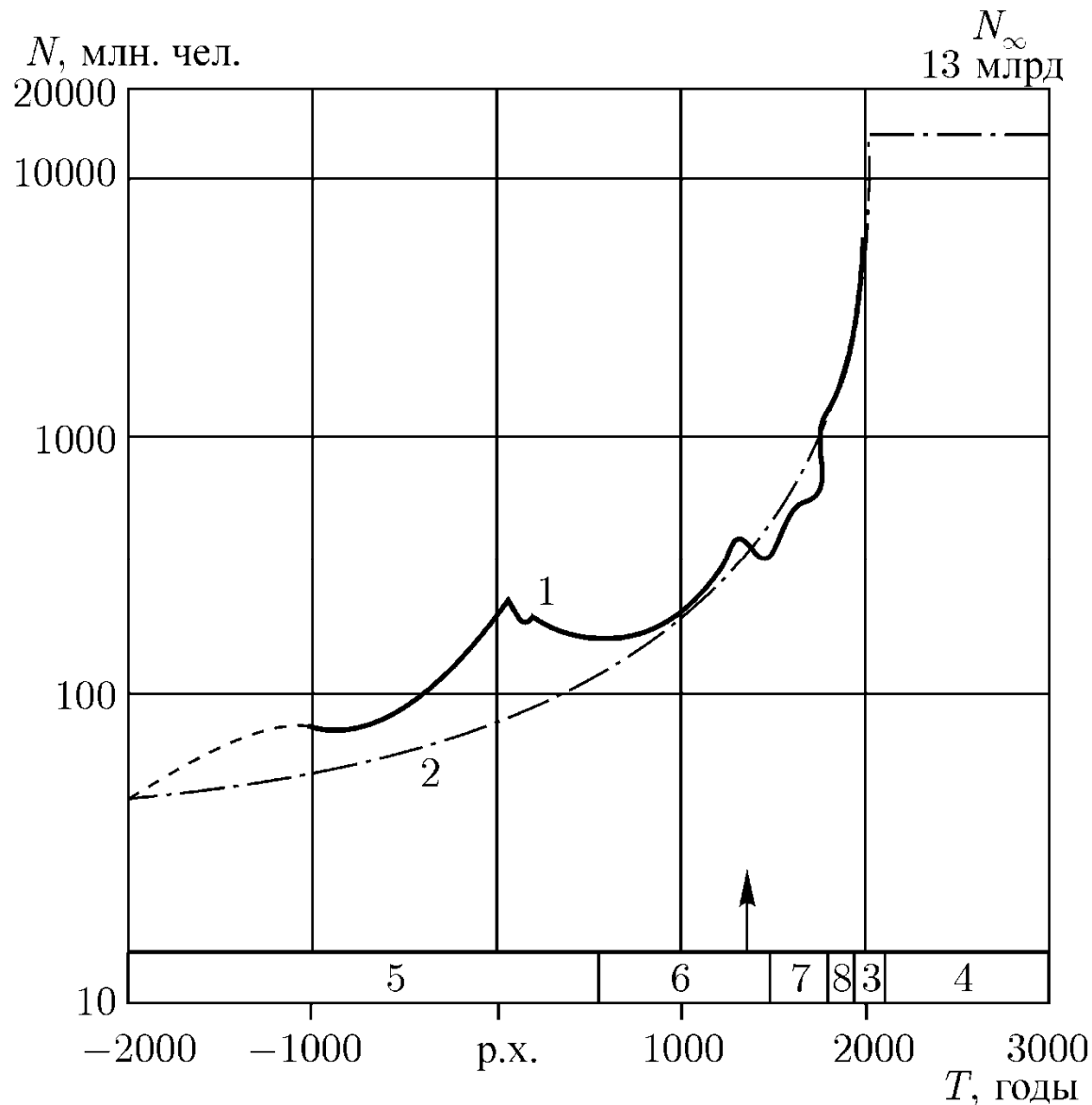


При низких плотностях скорость размножения пропорциональна вероятности встреч.
При высоких – числу самок в популяции.

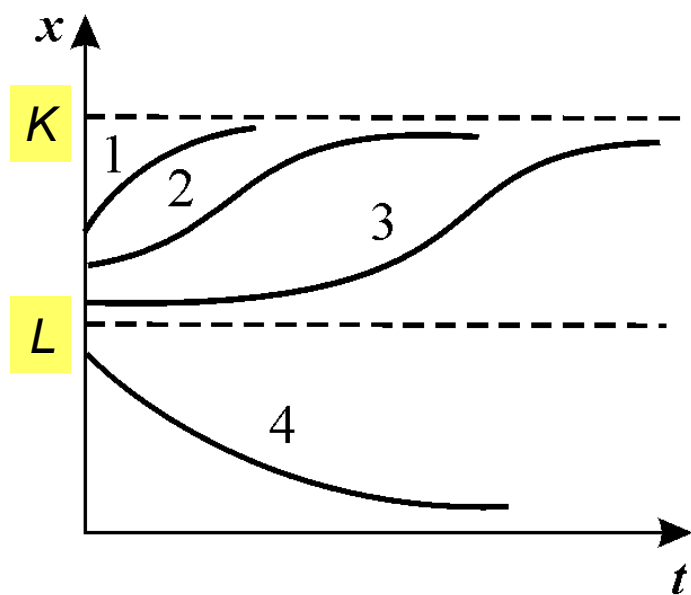
Динамика численности человечества

С.П.Капица
Общая теория
роста
человечества
1999

Г.Ю.Ризниченко
А.Б.Рубин
Биофизическая
динамика
продукционных
процессов
2004
Глава 8

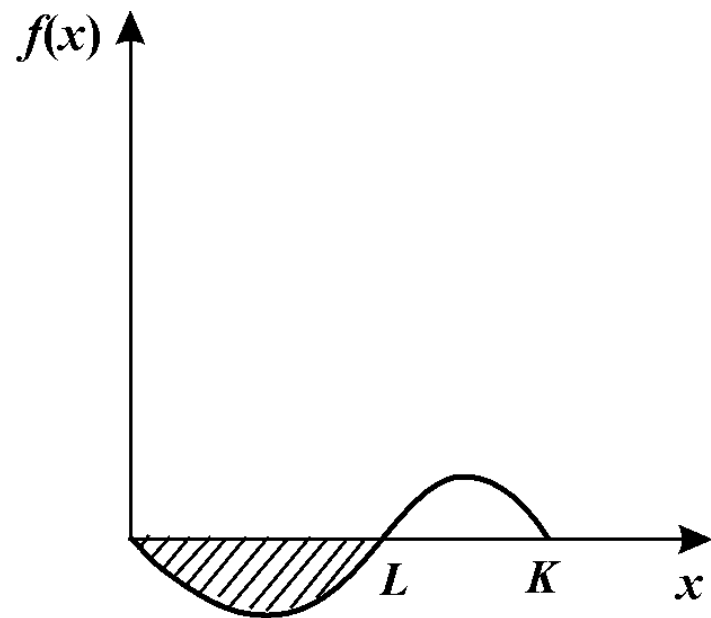


Наименьшая критическая численность



a

$$\frac{dx}{dt} = a \frac{\beta x^2}{\beta + \tau x} - dx - \delta x^2$$



b

Динамика

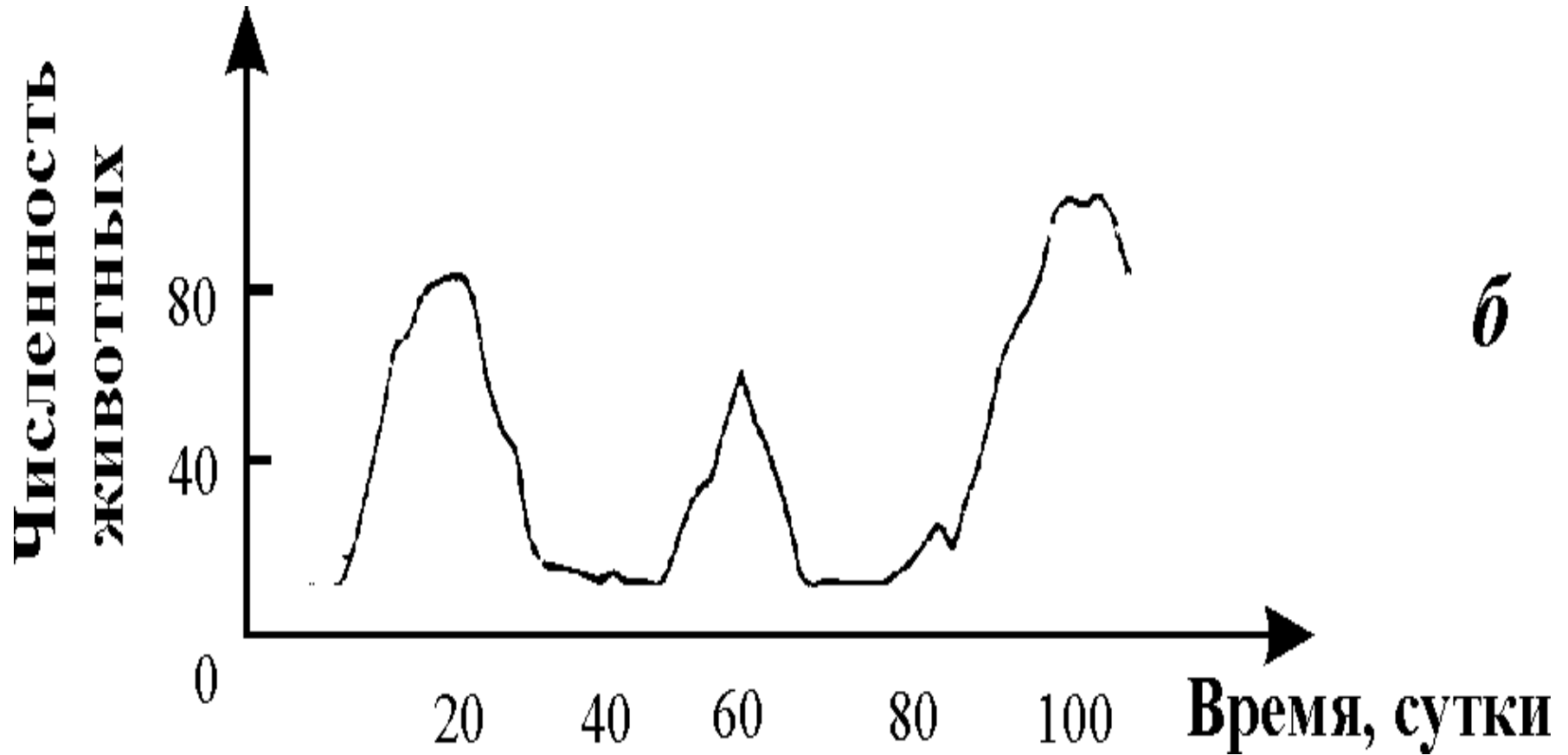
численности популяции

- Численность может меняться во времени различным образом: расти, совершать колебания, падать.

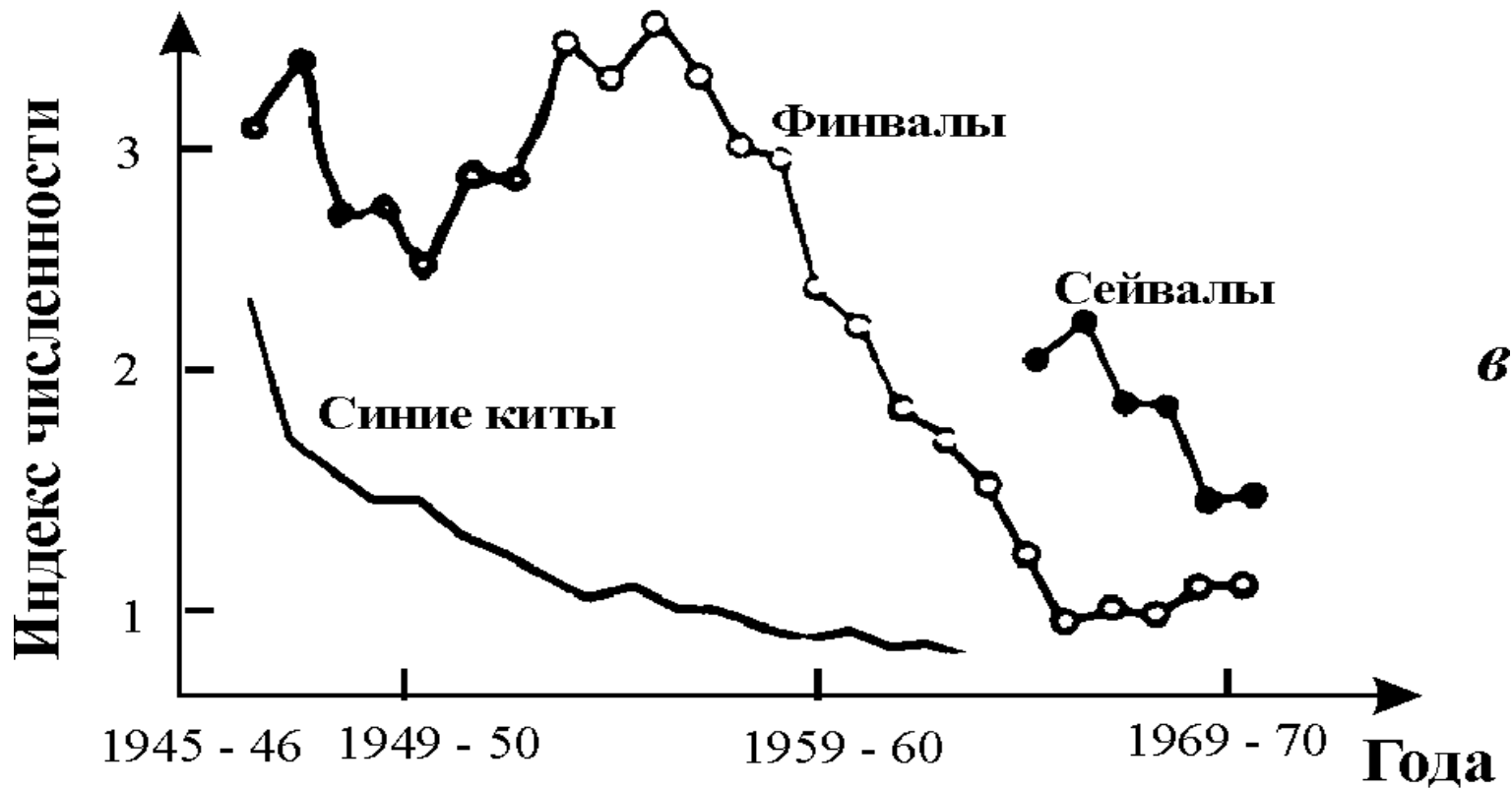
Численность поголовья овец на
острове Тасмания (*Davidson, 1938*)



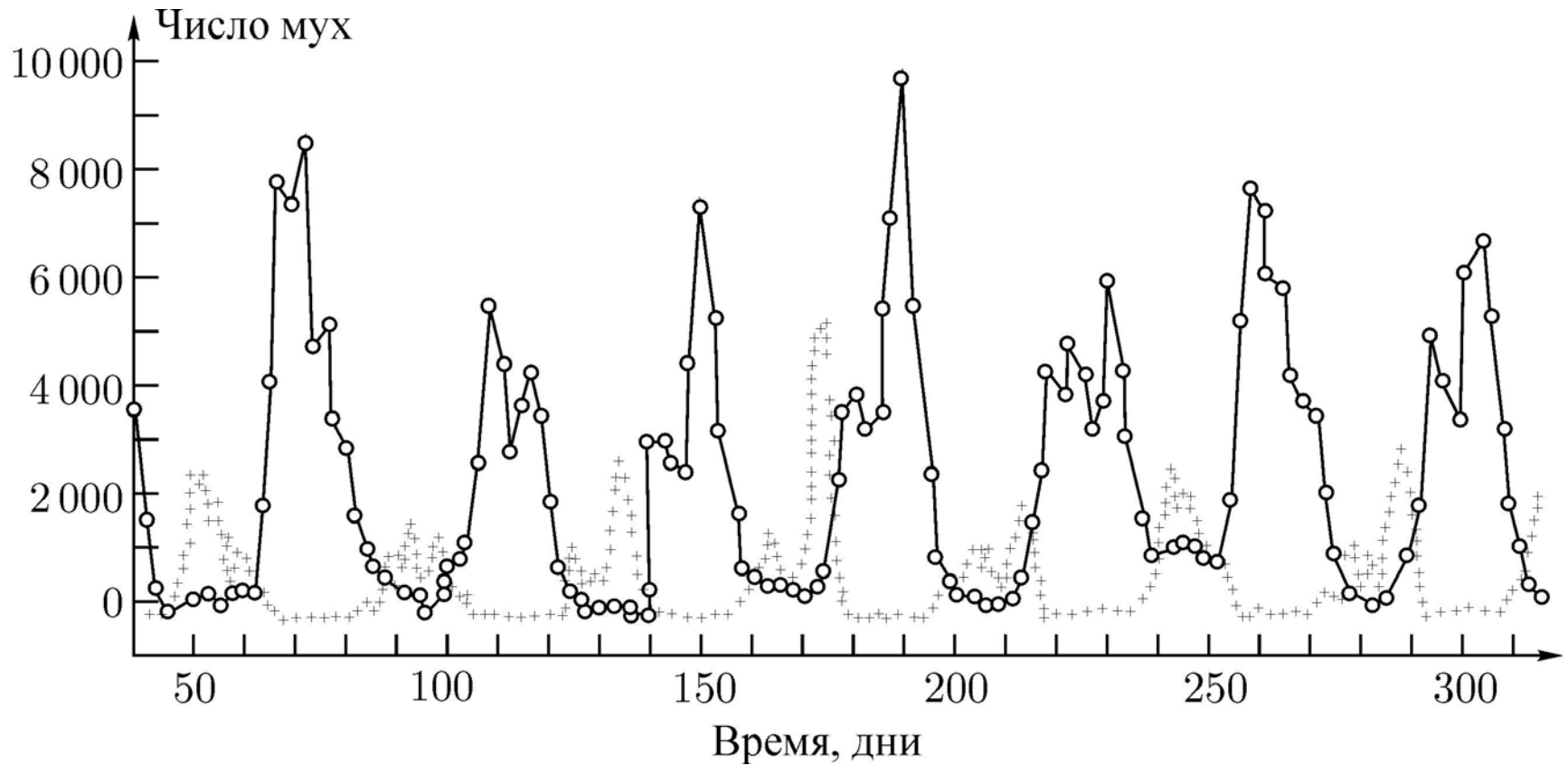
Изменение численности *Daphnia magna* (Frall, 1943)




Динамика численности трех видов китов в Антарктике (приведена по изменению «индекса численности» убитых китов на 1 тыс. судно - тонно - суток, *Gulland, 1971*)



Численность мух *Lucilia* в популяционном ящике (Nicholson, 1954)
1 – взрослые особи. Крестики – число яиц, отложенных за один день





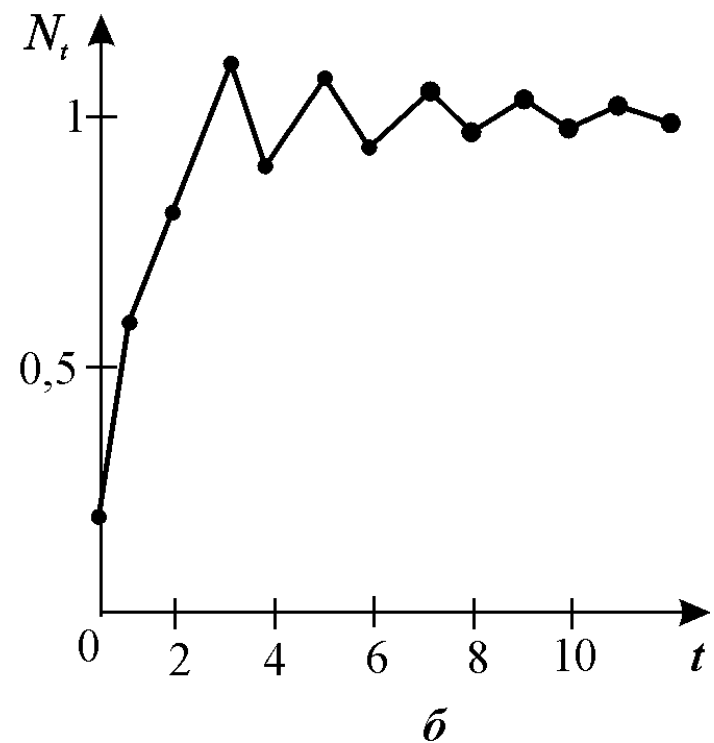
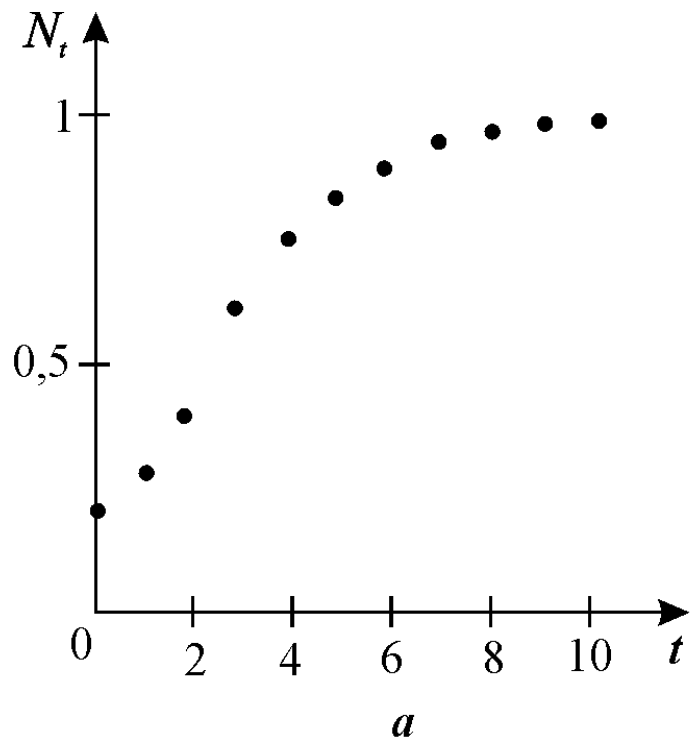
Причины, обуславливающие тип динамики популяции:

- Собственные свойства популяции
- Изменение параметров окружающей среды
- Взаимодействие видов

Дискретные модели популяций

Монотонный и немонотонный рост
Колебания
хаос

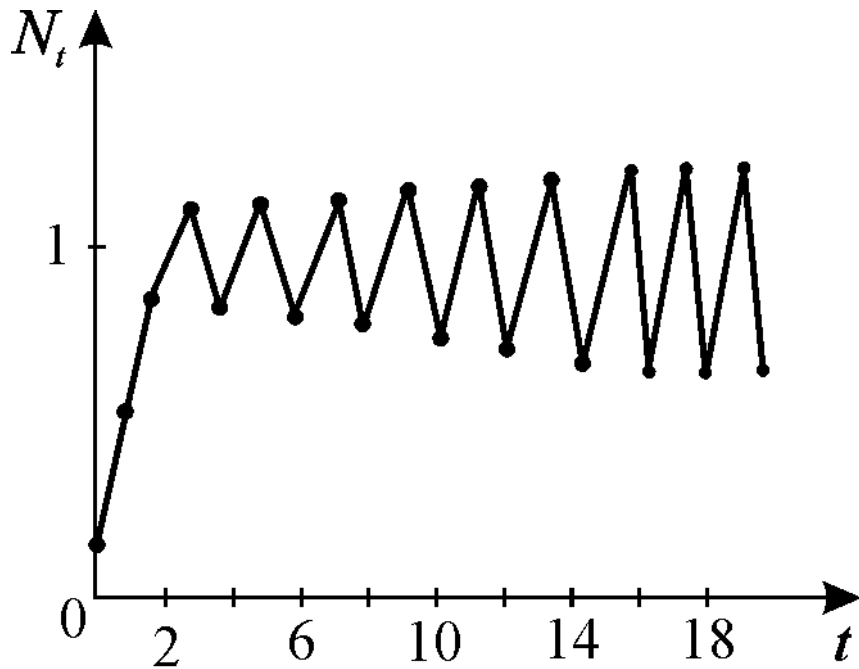
*Равновесие устойчиво, если $0 < r < 2$,
решение монотонно при $0 < r < 1$ и
представляет собой затухающие колебания
при $1 < r < 2$.*



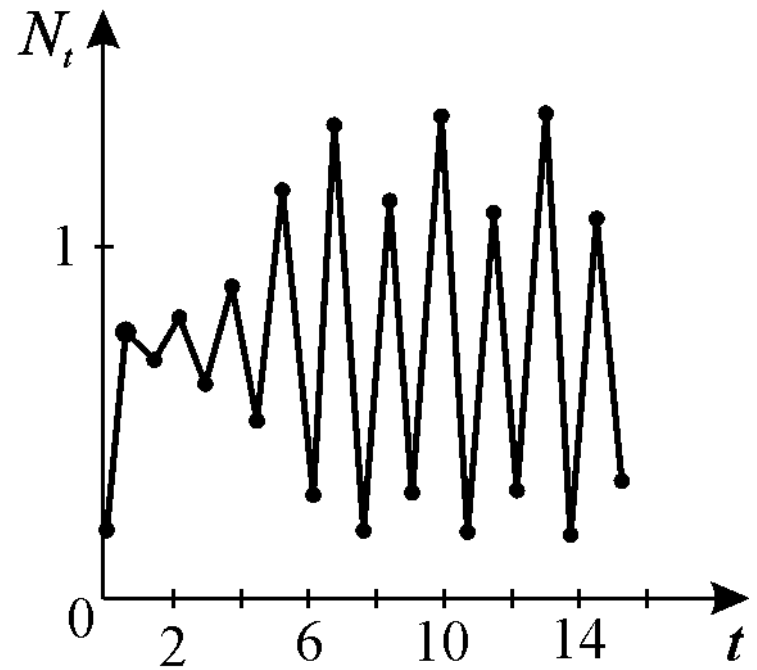
$$N_{t+1} = N_t \exp \left\{ r \left(1 - \frac{N_t}{K} \right) \right\}$$

при $2 < r = r_2 < 2,526$ – двухточечные циклы

при $r_2 < r < r_c$ появляются циклы длины $4, 8, 16, \dots, 2k$.



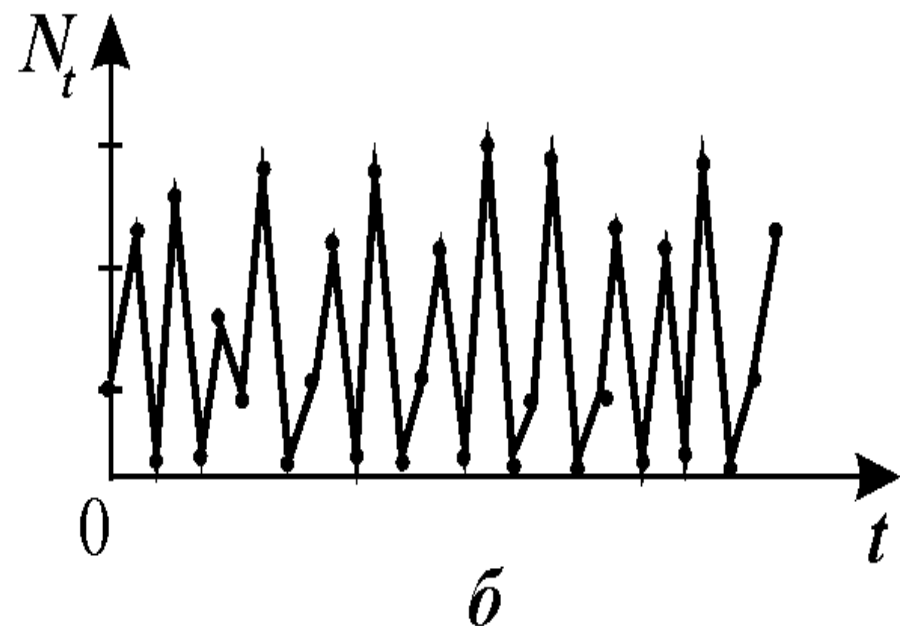
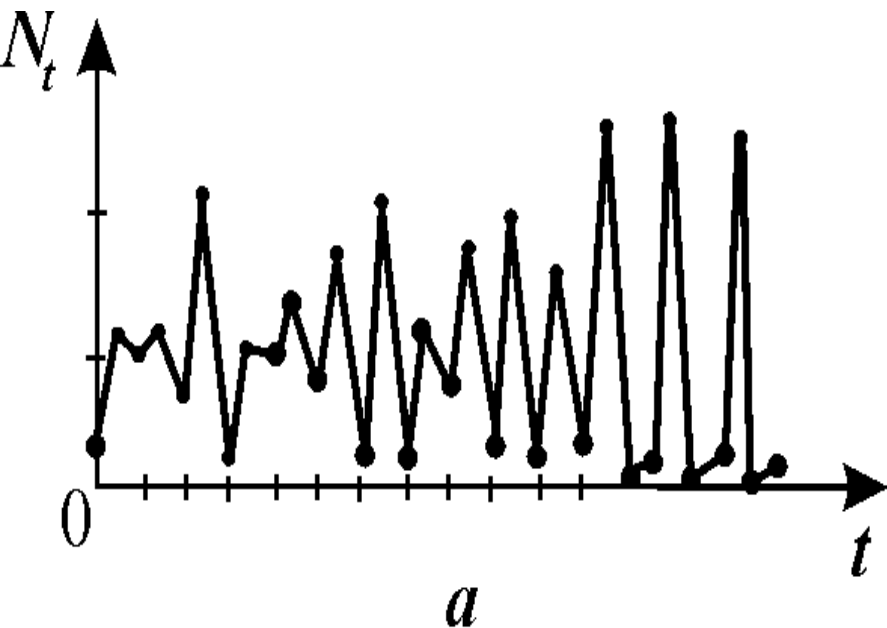
a



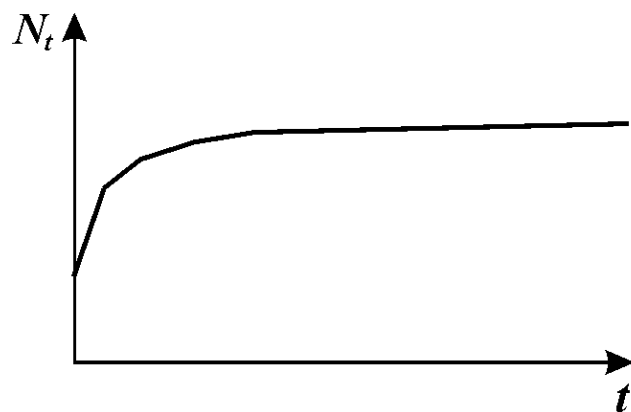
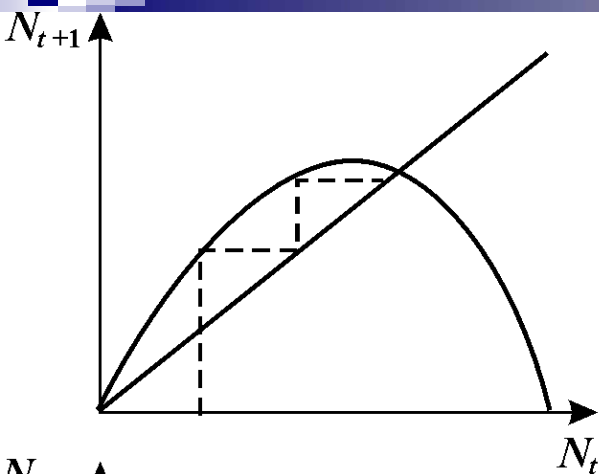
б

$$N_{t+1} = N_t \exp \left\{ r \left(1 - \frac{N_t}{K} \right) \right\}$$

При $r > r_c = 3,102$ решение зависит от начальных условий. Существуют *трехточечные циклы* и *квазистохастические решения*.

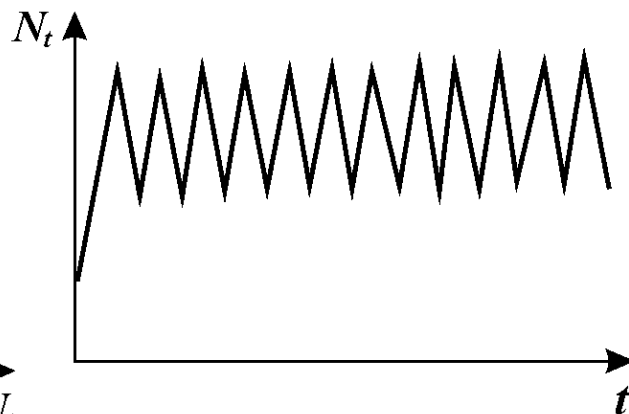
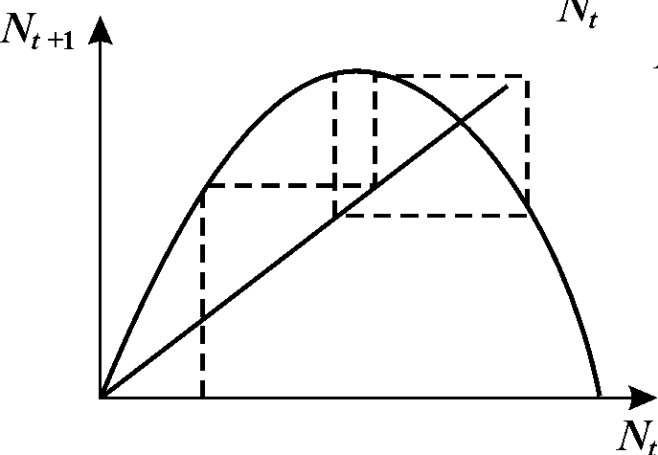


$$N_{t+1} = N_t \exp \left\{ r \left(1 - \frac{N_t}{K} \right) \right\}$$

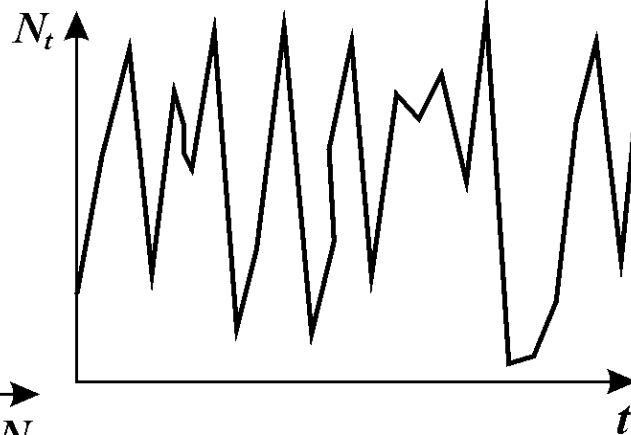
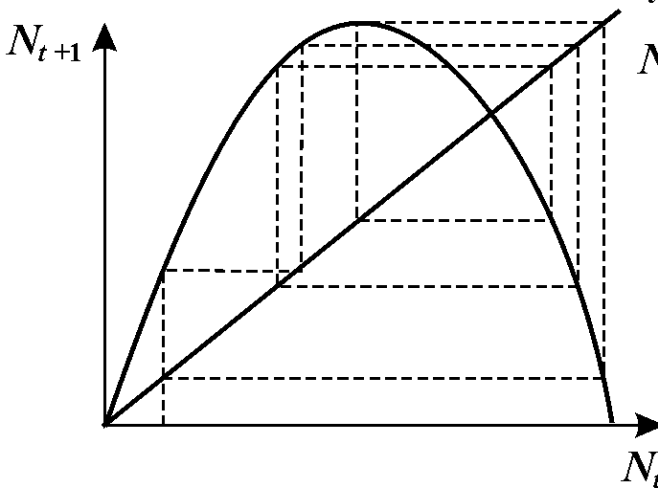


a Квадратичное отображение

$$N_{t+1} = aN_t(1-N_t)$$

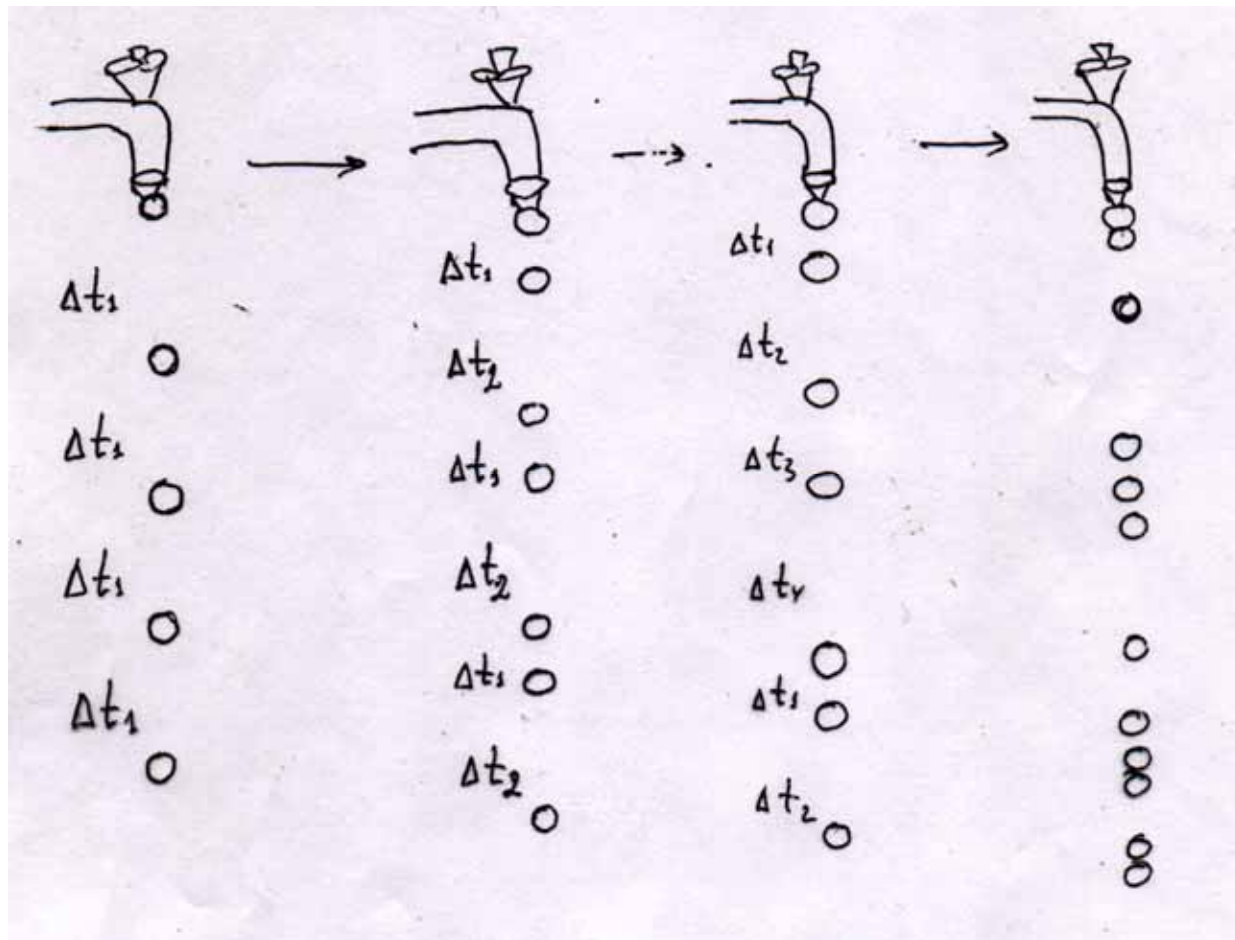


б



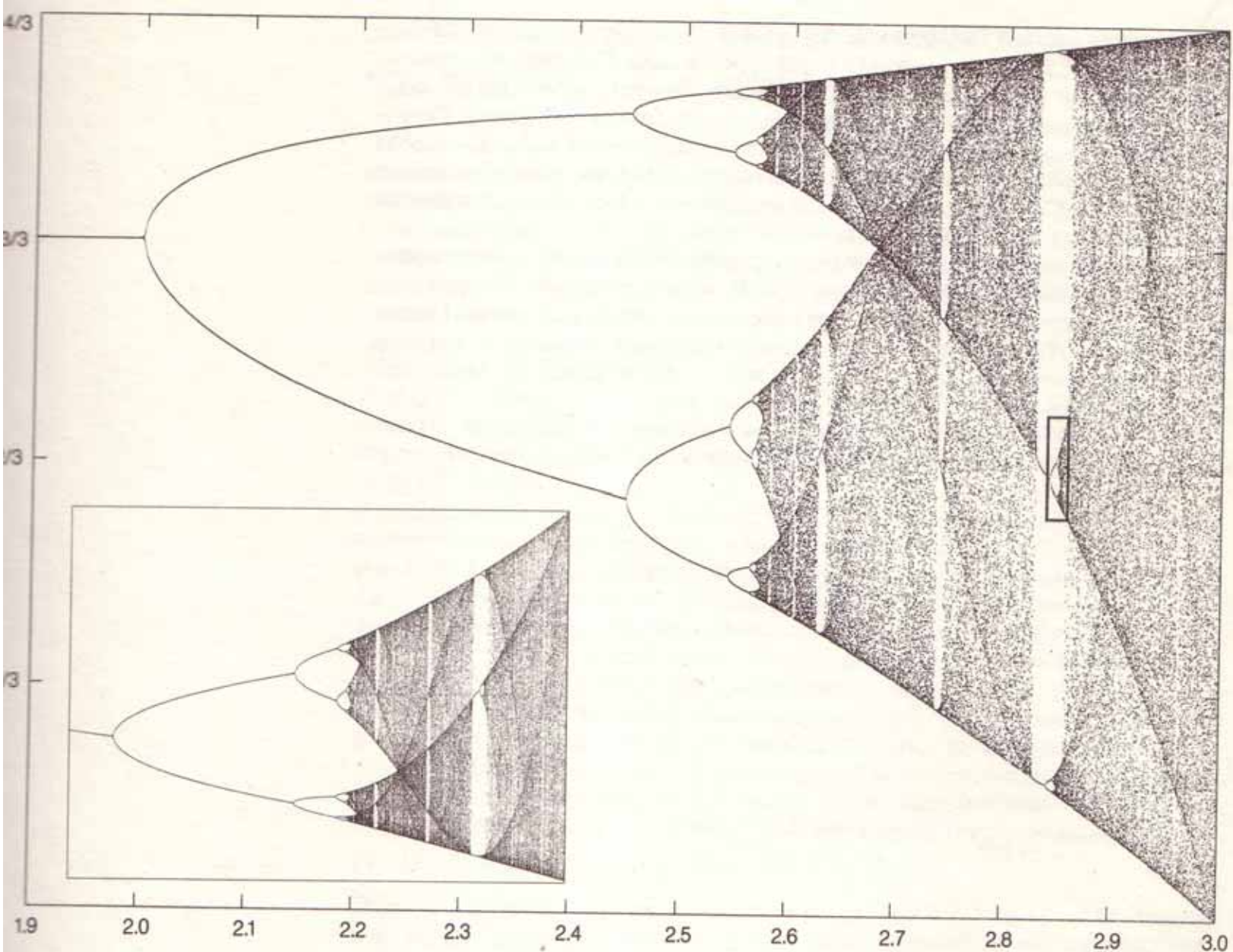
в

Переход к хаосу через удвоение периода

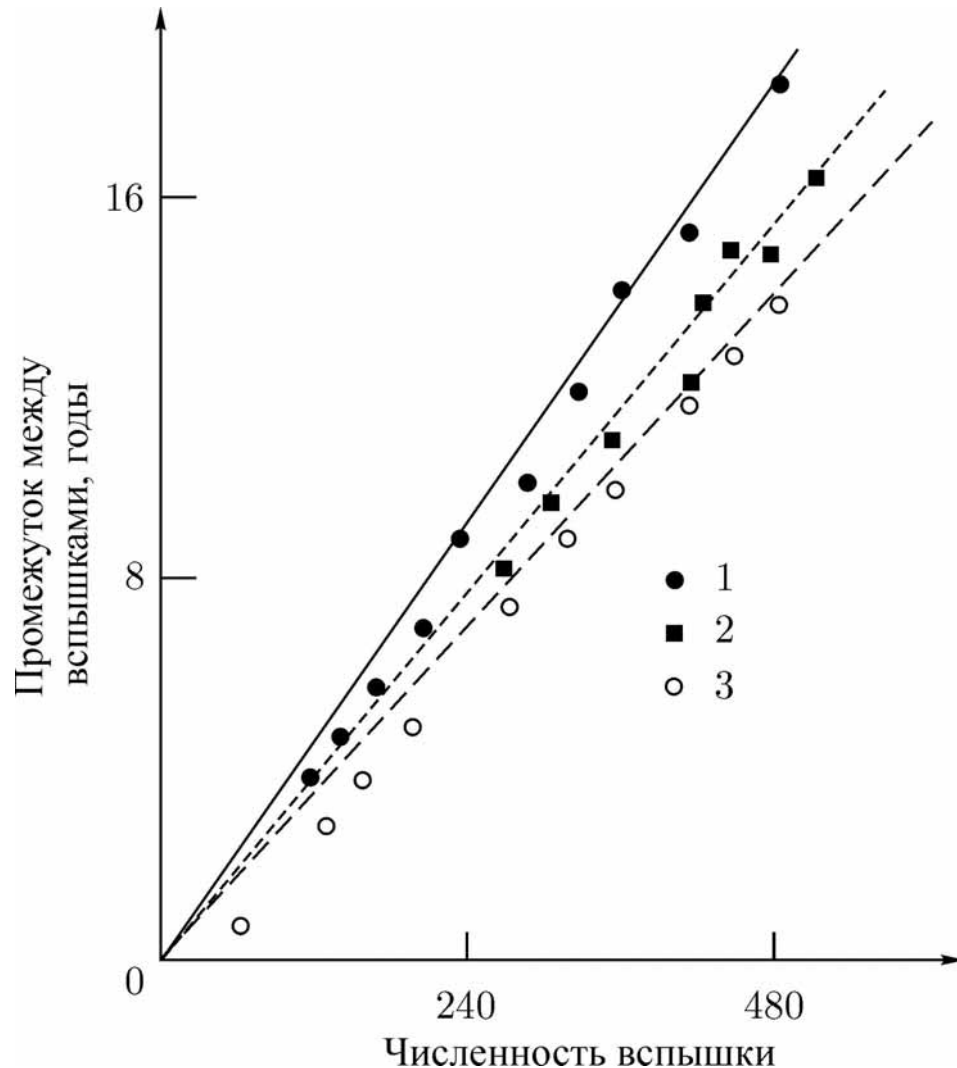




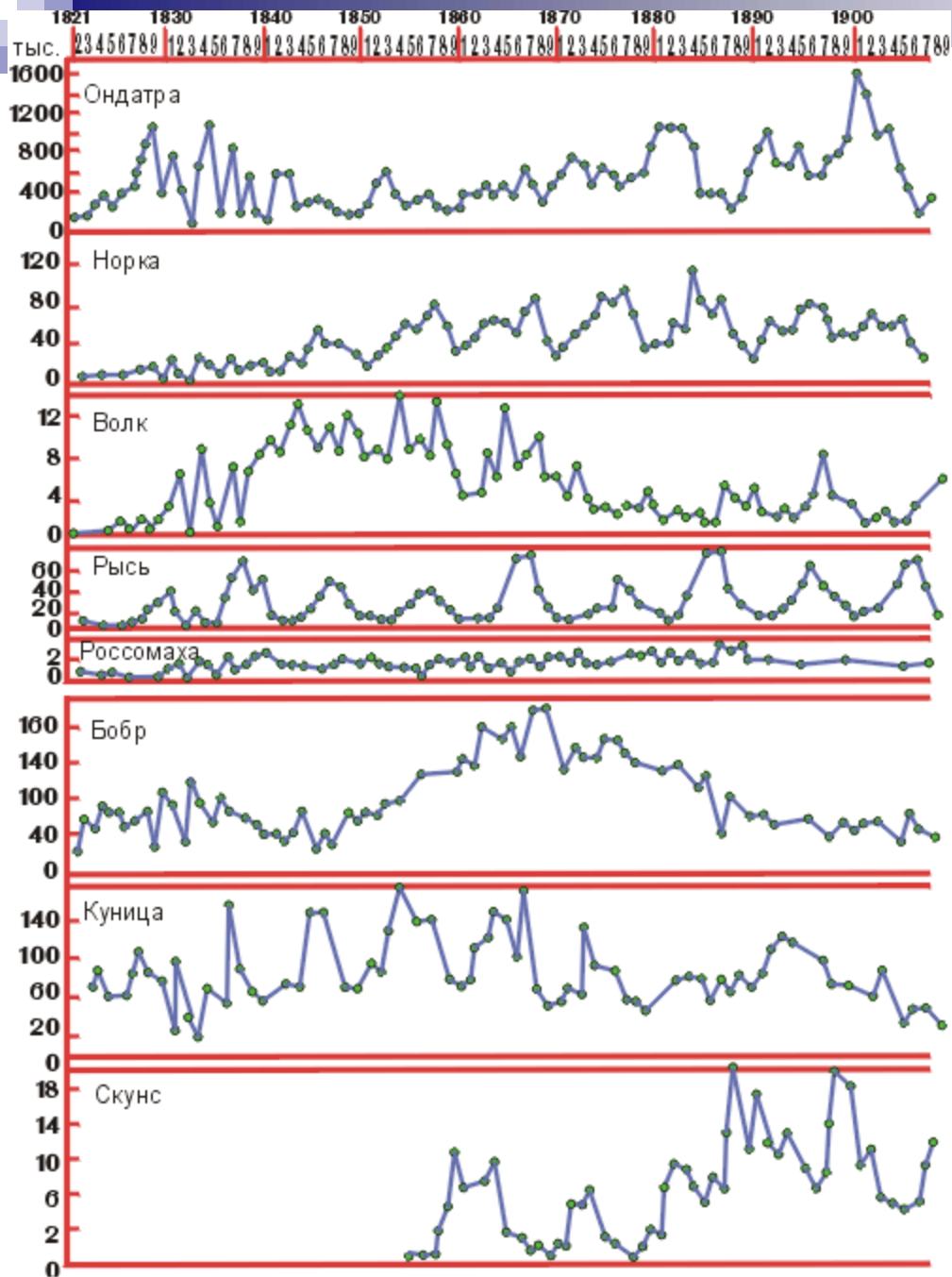
Бифуркационная диаграмма перехода к хаосу через удвоение периода



Если функция $F(N)$ имеет один экстремум и точку перегиба на падающей части, то чем больше амплитуда вспышки, тем длительнее интервал малых численностей популяции



Vandermeer, 1982



Кинетические кривые численности пушных зверей по данным компании Гудзонова залива. (Сетон-Томсон, Торонто, 1911)