

Московский Государственный Университет  
Им М.В.Ломоносова  
Биологический факультет

Доклад на тему:  
«Рыбы и математические модели»

Выполнил студент II курса  
Кафедры ихтиологии  
Буш А. Г.

Москва

2012 год

На сегодняшней конференции я представляю кафедру ихтиологии. В конкретную лабораторию еще не попал. Но когда до этого дойдет, планирую начать самостоятельные исследования под руководством научного коллектива лаборатории систематики и популяционной экологии рыб.

Наибольший интерес для меня представляют исследования популяций рыб, изолированных географически. Особенно популяций, обитающих в образовавшихся в различное время и по различным причинам озерах. Процессы формо и видообразования, происходящие в таких популяциях, под влиянием различных факторов.

Полноценно рассмотреть применение математических методов в подобных исследованиях в рамках пятиминутного доклада я не смогу, виду своего крайне узкого еще кругозора.

Если сказать коротко, роль математических методов в изучении популяций рыб невозможно переоценить. Ведь любое предположение и даже очевидное качественное предсказание в науке требует доказательств в виде количественного подтверждения. Перейти от одного к другому во многом позволяют методы математического описания – моделирования процессов.

Одним из наиболее наглядных моделируемых процессов в жизни рыб является их рост - изменение во времени весовых и линейных характеристик особей. Рост рыб принято считать ярким примером «бесконечного».

Чаще всего кривые роста рыб разных видов строят, используя уравнение Берталанфи:

$$\frac{dW}{dt} = \eta W^m - KW^n, \quad (1)$$

где  $W$  — масса организма;  $\eta$  — константа анаболизма;  $K$  — константа катаболизма. Показатель степени  $n$  Берталанфи принимал за единицу, величина  $m=2/3$  для описания роста рыб.

Если зависимость между линейными размерами (например длиной тела) особи ( $L$ ) и весом ( $W$ ) представить как  $W = aL^b$ , то из уравнения (1) получим приложение для описания линейного роста:

$$\frac{dL}{dt} = HL^u - QL, \quad (2)$$

где  $H = \eta a^{m-1}/b$ ;  $Q = K/b$  и  $u = mb - b + 1 = b(m-1) + 1$ , для рыб  $b=3$ .

В ихтиологии при этом, учитываются «начальные размеры», т.е. длина  $L_0$  при  $t=0$ , так, что уравнение записывается как

$$L_t = L_{\infty} - (L_{\infty} - L_0)e^{-kt}, \quad (3)$$

где  $k=K/3$ .

Вводя параметр  $t_0$  – возраст, в котором  $L_t=0$ , его можно представить как

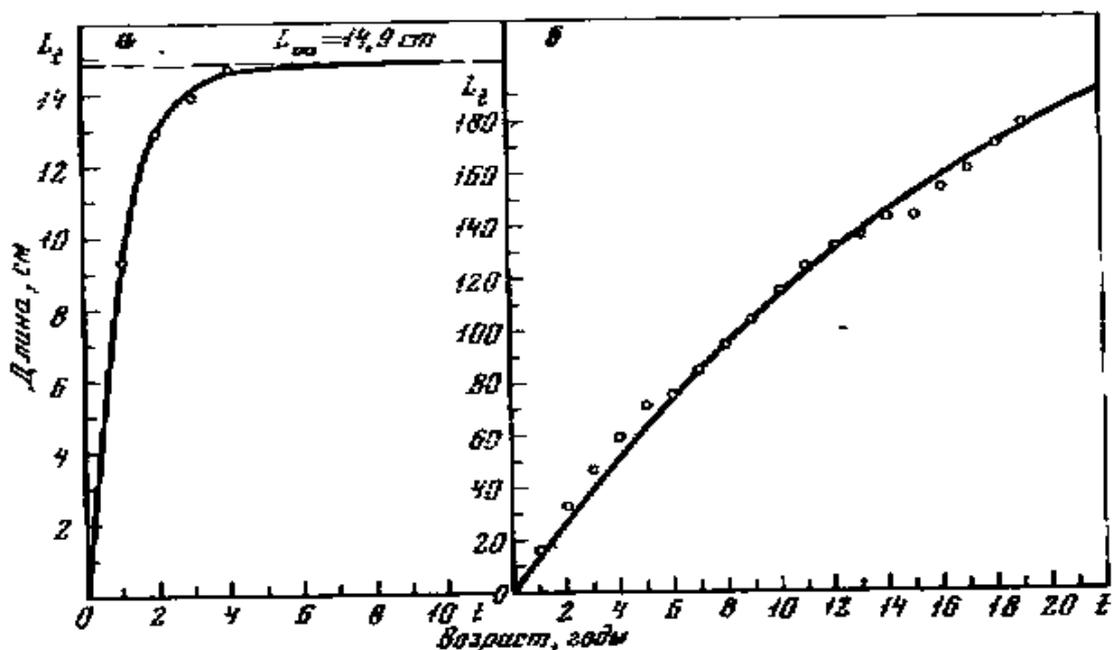
$$L_t = L_{\infty} (1 - e^{-k(t-t_0)}). \quad (4)$$

В рекуррентной форме уравнение 4 имеет вид

$$L_{t+1} = \alpha + \beta L_t,$$

где  $\alpha = L_{\infty} (1 - e^{-k})$  и  $\beta = e^{-k}$ .

На рисунке изображены кривые роста шпрота (*Sprattus sprattus*) и палтуса (*Hippoglossus hippoglossus*), как примеров быстро и медленно растущих видов рыб.



Также хочу привести пример, проведенного при помощи математического моделирования, исследования автоколебаний численности популяций нескольких видов рыб с различной возрастной структурой (Криксунов Е.А., Бобырев А.Е.).

Результаты исследований показывают, что быстрое затухание автоколебаний характерно для популяций, включающих небольшое число возрастных групп. Такие свойства демонстрируют модели снетка и ряпушки Псковско-Чудского озера, наваги и сельди Белого моря, балтийской салаки и ряда других видов (рис. 1). Медленное затухание автоколебаний свойственно

популяциям печорского сига и омуля, балтийской трески (рис. 2). Продолжительность перехода к стационарному уровню здесь существенно выше, чем у короткоцикловых популяций первого типа. Кроме того, можно выделить группу популяций, для которых свойственны незатухающие автоколебания, имеющие вид гармоник с различными амплитудой и периодом.

Известная связь между смертностью и продолжительностью жизни рыб позволяет считать, что для рыб с простой возрастной структурой общим правилом является стремление к быстрой стабилизации численности. Высокая скорость популяционных реакций, малая продолжительность переходных процессов во многом обеспечивает им возможность быстрой адаптации к меняющимся условиям жизни, в первую очередь к изменениям величины кормовых ресурсов. Легко отыскать примеры резких, «катастрофических» спадов численности короткоцикловых рыб и столь же быстрых ее подъемов (анчоус, мойва, снетки и др.).

Усложнение популяционной структуры имеет следствием изменения характера откликов популяции на внешние возмущающие воздействия. Выход многовозрастной популяции из стационарного состояния происходит лишь при значительных пульсациях внешних условий и поэтому происходит реже, чем у короткоцикловых рыб.

По причине множества взаимодополняющих друг друга механизмов, участвующих в процессе регуляции численности популяций, реальную динамику численности и биомассы популяций можно рассматривать как результат наложения внешних, вынуждающих сил на автоколебательный ритм самой популяции. К тому же в реальных условиях интервалы между возмущениями внешних факторов могут оказаться существенно короче продолжительности переходных процессов сопровождающих каждый выход популяции из стационарного состояния. Таким образом, реальная динамика многовозрастных популяций может представлять собой не что иное, как нерегулярную (или квазирегулярную) последовательность фрагментов переходных процессов.

В заключение хочу уточнить, что большинство математических моделей в экологии, объединяют множество индивидуумов и предполагают, что это множество может быть описано единственной переменной, такой, например, как численность популяции. Рассмотренный выше подход оперирует аналогичными допущениями.

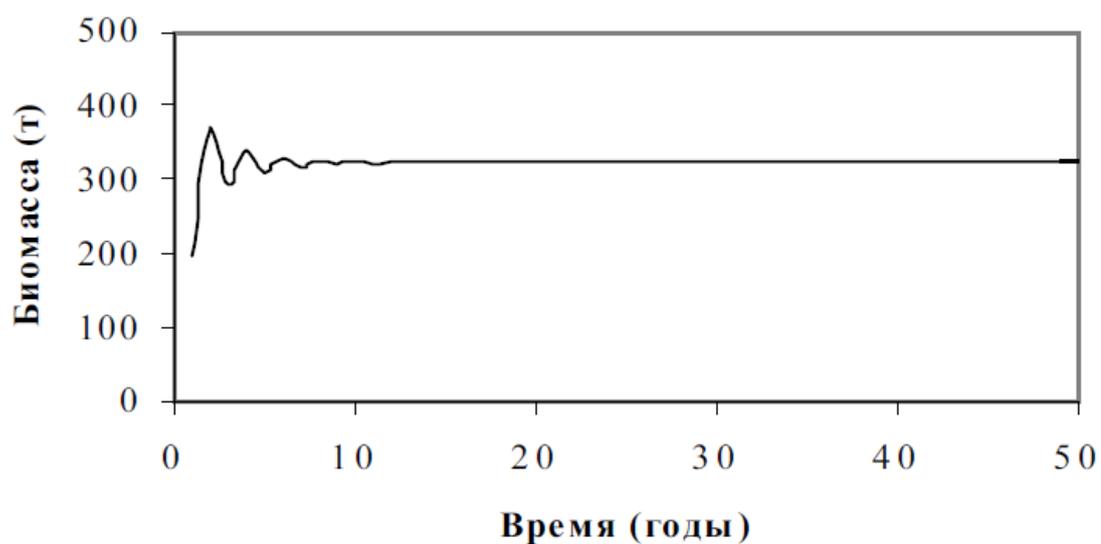


Рис. 1. Затухание автоколебаний биомассы в популяциях короткоцикловых рыб при постоянстве условий жизни

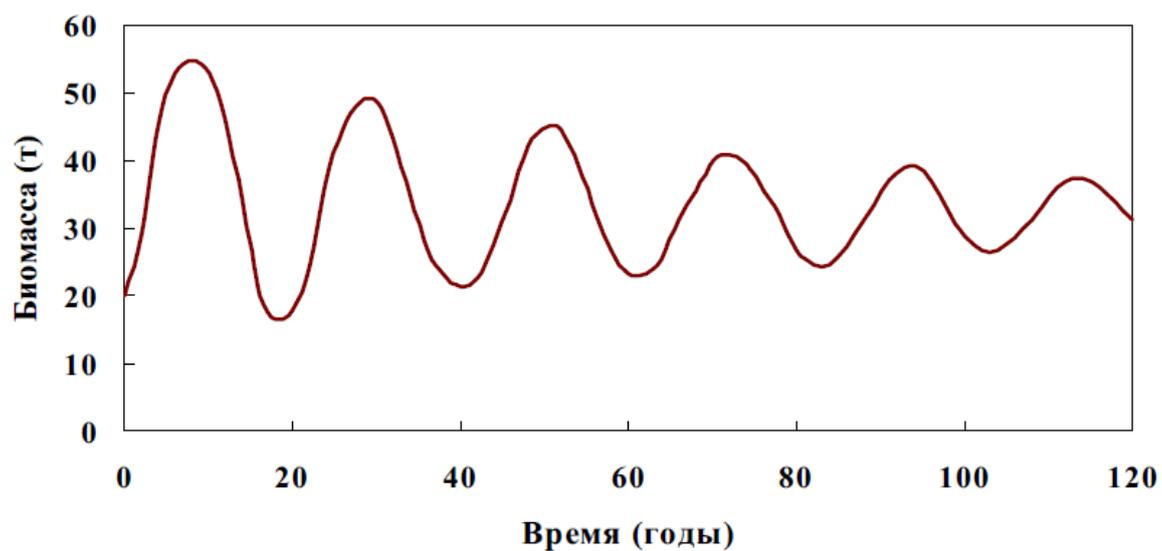


Рис. 2. Автоколебательная ритмика в динамике популяций рыб со средней продолжительностью жизни

Список литературы:

1. Мина М.В., Клевезаль Г.А. Рост животных. - М.-Л.: Наука, 1976
2. Криксунов Е. А., Бобырев А. Е. Эффекты регуляции во временной и пространственной динамике популяций рыб.  
<http://www.library.biophys.msu.ru/PDF/3363.pdf>
3. Хилборн Р., Уолтерс К. Количественные методы оценки рыбных запасов: выбор, динамика и неопределенность : (Избр. гл.) / Максименко В.П. (пер. с англ.) Левин В.С. (ред.). - СПб. : Политехника, 2001. - 228 с. : ил. - Пер. изд. : Quantitative fisheries stock assessment: choice, dynamics and uncertainty / Hilborn R., Walters C.J. - New York, London, 1992. Библиогр. : с. 209-226. - ISBN 5-7325-0625-X.